



## Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej

KATEDRA AUTOMATYKI I ROBOTYKI

Prof. dr hab. inż.  
Adam Władysław Kowalewski  
Tel.: +48 12 617 28 51  
e-mail: ako@agh.edu.pl

Kraków, dn. 01.02.2024

### Recenzja osiągnięć naukowych dr Jekatieriny Sklyar w związku z przewodem habilitacyjnym toczącym się na Wydziale Elektrycznym Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie

Formalną podstawą do przedłożenia tej recenzji jest pismo Przewodniczącego Rady Dyscypliny Naukowej „Automatyka, Elektronika, Elektrotechnika i Technologie Kosmiczne” w Zachodniopomorskim Uniwersytecie Technologicznym w Szczecinie Profesora Pawła Dworaka z dnia 15 grudnia 2023 roku, a także pismo Przewodniczącego Rady Doskonałości Naukowej Profesora Grzegorza Węgrzyna z dnia 12 listopada 2023 roku (pismo DRKN.Z2.400.219.2023).

W obu przypadkach zostałem wskazany jako recenzent w tym przewodzie habilitacyjnym, więc na podstawie tego zlecenia przedkładam niniejszym moją recenzję.

Zgodnie z otrzymanymi zleceniami z Rady Doskonałości Naukowej sporządzona recenzja musi obejmować ocenę „osiągnięcia naukowego” oraz „aktywności naukowej” Habilitantki.

**Obecnie przejdę do oceny „osiągnięcia naukowego” Pani dr Jekatieriny Sklyar będącego podstawą do podjęcia decyzji o nadanie Jej stopnia naukowego doktora habilitowanego.**

**O przyznaniu Kandydatce stopnia naukowego doktora habilitowanego w określonej dyscyplinie naukowej mogę wnioskować tylko wtedy, gdy stwierdzę, że wspomniane osiągnięcie naukowe może zostać ocenione jako stanowiące znaczący wkład Autorki w rozwój tej dyscypliny naukowej.**

**Po zapoznaniu się z przedłożoną mi dokumentacją stwierdzam, że dr Jekatierina Sklyar, adiunkt w Katedrze Automatyki i Robotyki ZUT posiada takie osiągnięcie oraz że osiągnięcie to stanowi znaczący wkład Autorki w rozwój dyscypliny Automatyka, Elektronika, Elektrotechnika i Technologie Kosmiczne lokującej się w dziedzinie Nauk Inżynieryjno-Technicznych.**

Osiągnięciem naukowym Habilitantki uzyskanym po otrzymaniu stopnia doktora stanowiącym znaczny wkład w rozwój dyscypliny „Automatyka, Elektronika, Elektrotechnika i Technologie Kosmiczne” określonym w art. 219 ust. 1. Pkt 2 Ustawy, jest cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych zatytułowany: **„Rozwinięcie teorii linearyzacji nieliniowych układów sterowalnych w przypadku układów z minimalnie możliwą gładkością oraz układów niestacjonarnych”.**

**Cykl powiązanych tematycznie artykułów, zgodnie z art. 219 ust. 1, pkt 2b Ustawy.**

Cykl publikacji, o których mowa w osiągnięciu naukowym, obejmuje 8 artykułów:

- [1] K. V. Sklyar, S. Yu. Ignatovich, V. O. Skoryk, Conditions of Linearizability for Multi-Control Systems of the Class  $C^1$ , Communications in Mathematical Analysis, v. 17, no 2, pp. 359-365, 2014;
- [2] K.V. Sklyar, S. Yu. Ignatovich, Linearizability of systems of the class  $C^1$  with multi-dimensional control, Systems & Control Letters, v. 94, 2016, pp. 92-96, 2016;
- [3] V. I. Korobov, K. V. Sklyar, Skoryk V. O., Stepwise synthesis of constrained controls for single input nonlinear systems of special form, NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl., v. 23, no 3, Art. 31, 26 pp., 2016;
- [4] Katerina V. Sklyar, S. Yu. Ignatovich, G. Sklyar, Verification of Feedback Linearizability Conditions for Control Systems of the Class  $C^1$ , Proceedings of Mediterranean 25<sup>th</sup> Conference of Control and Automation, pp. 163-168, 2017;
- [5] K. Sklyar, G. M. Sklyar, S. Yu. Ignatovich, Linearizability of multi-control systems of the class  $C^1$  by additive change of controls, Operator Theory: Advances and Applications, v. 267, pp. 359-370, Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2018;
- [6] K. Sklyar, On mappability of control systems with analytics matrices, Systems & Control Letters, v. 134, 6 pp. 2019;
- [7] K. Sklyar, S. Yu. Ignatovich, On linearizability conditions for non-autonomous systems, Advanced contemporary control, pp. 625-637, Adv. Intell Syst. Comput., AISC 1196, Springer, Cham, 2020;
- [8] K. Sklyar, S. Yu. Ignatovich, Invariants of linear control systems with analytic matrices the linearizability problem, Journal of Dynamical and Control Systems, v. 29, no 1, pp. 111-128, 2023.

## 2. Omówimy główne wyniki cyklu prac

Numeracja zacytowanych rozdziałów, sekcji, stwierdzeń, definicji, twierdzeń, wniosków, uwag oraz wzorów jest identyczna z numeracją rozdziałów, sekcji, stwierdzeń, definicji, twierdzeń, wniosków, uwag oraz wzorów w zaprezentowanym osiągnięciu naukowym.

### 2.1. Algorytm weryfikacji F-linearyzowalności w klasie $C^1$ [4]

Warunki F-linearyzowalności otrzymane w Twierdzeniu 3 mogą się wydawać trudne do sprawdzenia, ponieważ założenie (B1) jest sformułowane w terminach istnienia nieokreślonych współczynników  $\mu_{kj}(x) \in C(Q)$ , a co za tym idzie i wektorów funkcji  $X^k(x)$ ,  $k = 0, \dots, n - 1$ . Okazuje się, że można znaleźć konstruktywny sposób ich weryfikacji. To pytanie rozważono w pracy [4]. Głównym wynikiem tej pracy jest następujący algorytm:

Zakładamy, że układ (2) jest zadany. Wtedy:

Krok 0: Definiujemy  $X^0(x) = b(x)$ ;

Krok  $(s + 1)$ : dla każdego  $s = 0, \dots, n - 2$  definiujemy wektor  $\zeta_s(x) = \{\zeta_{sj}(x)\}_{j=0}^s$  według wzorów  $\zeta_s(x) = (\Gamma_s(x))^{-1} \psi_s(x)$ , gdzie:

$$\Gamma_s(x) = \{ \langle X^i(x), X^j(x) \rangle \}_{i,j=0}^s,$$

$$\psi_s(x) = \{ \langle [a(x), X^s(x)], X^j(x) \rangle \}_{j=0}^s;$$

Oznaczmy

$$k^{s+1}(x) = [a(x), X^s(x)] - \sum_{j=0}^s \zeta_{sj}(x) X^j(x)$$

i sprawdzamy czy spełnione są warunki:  $k^{s+1}(x) \in C^1(Q)$  i  $k^{s+1}(x) \neq 0$ ,  $x \in Q$ . Jeśli tak, to definiujemy  $X^{s+1}(x) = k^{s+1}(x)$  i przechodzimy do następnego kroku.

Jeśli nie to układ (2) nie jest F-linearyzowalny (algorytm stop);

Krok n: jeśli wszystkie poprzednie kroki ( $s = 0, \dots, n - 2$ ) realizowano

pozytywnie, to mamy ciąg wektor-funkcji:  $\{X^j(x)\}_{j=0}^{n-1}$ . Wówczas

sprawdzamy, czy istnieje rozwiązanie  $\varphi(x)$  układu:

$$\begin{aligned}\varphi_x(x)X^k(x) &= 0, k = 0, \dots, n-2, x \in Q, \\ \varphi_x(x)X^{n-1}(x) &\neq 0, x \in Q,\end{aligned}\tag{11}$$

takie, że:

$$L_a^{i-1}\varphi(x) \in C^2(Q), i = 1, \dots, n. \tag{12}$$

Jeśli tak, to układ (2) jest F-linearyzowalny, jeśli nie, to nie jest F-linearyzowalny.

Ostatecznie:

Jeśli  $\varphi(x)$  jest funkcją spełniającą warunki (11), to odwzorowania linearyzujące układ mogą być wybrane tak:

$$z_i = F_i(x) = L_a^{i-1}\varphi(x) \in C^2(Q), i = 1, \dots, n$$

$$v = g(x, u) = L_a^n\varphi(x) + L_b L_a^{n-1}\varphi(x)u \in C^1(Q \times \mathbb{R}).$$

**Udział dr Jekatieriny Sklyar w zaprezentowanym osiągnięciu naukowym jest znaczący. Pracę oceniam jako bardzo wartościową merytorycznie.**

## 2.2. Odwzorowanie nieliniowych układów klasy $C^1$ ze sterowaniem wielowymiarowym na układy liniowe

### Kryterium P-linearyzowalności dla układów ze sterowaniem wielowymiarowym. [1]

Rozważmy nieliniowy układ ze sterowaniem wielowymiarowym:

$$\dot{x} = f(x, u), x \in Q \subset \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^r, \tag{13}$$

gdzie funkcja wektorowa  $f(x, u)$  jest ciągle różniczkowalna, tzn.  $f(x, u) \in C^1(Q \times \mathbb{R}^r)$ . Podamy definicję P-linearyzowalności dla układów ze sterowaniem wielowymiarowym.

**Definicja 3** Układ (13) nazywamy P-linearyzowalnym, jeśli istnieje zamiana zmiennych

$$z = F(x) \in C^2(Q), \det F_x(x) \neq 0, \tag{14}$$

taka, że w nowych zmiennych układ (13) przyjmuje postać liniową (precyzyjniej – afiniczną):

$$\dot{z} = Az + Bu + c, z \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^r, \tag{15}$$

w której

$$\text{rank}(B, AB, \dots, A^{n-1}B) = n, \text{rank}(B) = r \quad (16)$$

W tej sekcji podajemy Kryterium P-linearyzowalności w obszarze  $Q$ , otrzymane w [1]. Podobnie jak w podejściu [35] szukamy zamiany zmiennych, która jest określona w całym obszarze  $Q$ , a nie w małym otoczeniu; jednak wymagamy tylko lokalnej odwracalności odwzorowania  $F$  (przypominamy, że takie podejście jest bliskie do zaproponowanego w [15]).

**Twierdzenie 7** [1] *Nieliniowy układ (13) jest lokalnie P-linearyzowalny w obszarze  $Q$  wtedy i tylko wtedy, jeśli istnieją liczby całkowite  $l_1, \dots, l_r \geq 1$ ,  $l_1 + \dots + l_r = n$ , takie, że zachodzą następujące warunki:*

- (A)  $f(x, u) = a(x) + \sum_{i=1}^r b_i(x)u_i$ , gdzie  $a(x), b_1(x), \dots, b_r(x) \in C^1(Q)$ ,
- (B1) wektor - funkcje  $ad_a^k b_s(x)$ ,  $s = 1, \dots, r$ ,  $k = 0, \dots, l_s$  istnieją i należą do klasy  $C^1(Q)$ ,
- (B2)  $\text{rank}M(X) = n$  dla  $x \in Q$ , gdzie

$$M(x) = (b_1(x), \dots, ad_a^{l_1-1} b_1(x), \dots, b_r(x), \dots, ad_a^{l_r-1} b_r(x)),$$

- (B3)  $[ad_a^k b_s(x), ad_a^j b_q(x)] = 0$ ,  $x \in Q$   
dla  $s, q = 1, \dots, r$ ,  $k = 0, \dots, l_s$ ,  $j = 0, \dots, l_q$

Uwaga 1:

Zauważmy, że w przypadku  $r = 1$  z Twierdzenia 7 wynika, że warunek (B4) w Twierdzeniu 5 jest wnioskiem z pozostałych założeń (B1) – (B3).

Uwaga 2:

W Twierdzeniu 7 można wybrać liczby  $l_1, \dots, l_r$  zależne od punktu  $x$ . Precyzyjniej, załóżmy, że obszar  $Q$  jest pokryty kilkoma obszarami, na każdym z których wybrano osobno liczby  $l_1, \dots, l_r$  spełniające warunki (B1) – (B3) (na przekroju dwóch czy więcej takich obszarów każda numeracja działa). Jednak można pokazać, że w tym przypadku wszystkie takie zbiory liczb  $l_1, \dots, l_r$  pasują do wszystkich punktów z  $Q$ .

**Udział dr Jekatieryny Sklyar w zaprezentowanym osiągnięciu naukowym jest znaczący. Uważam, że jest to bardzo ważne i oryginalne, zasługujące na wyróżnienie osiągnięcie naukowe.**

Przypominamy, że w teorii układów liniowych ze sterowaniem wielowymiarowym ważną rolę odgrywają indeksy sterowalności [10], [38], zdefiniowane w następujący sposób:

**Definicja 4** Niech  $w_0 = 0, w_j = \text{rank}(B, AB, \dots, A^{j-1}B), j \geq 1$ . Wtedy indeks sterowalności, to

$$n_q = \max\{j : w_j - w_{j-1} \geq q\}, q = 1, \dots, r.$$

Pod pewnym warunkiem na układ (13) i przy odpowiednim przenumerowaniu kolumn  $b_1, \dots, b_r$  indeksy  $l_1, \dots, l_r$  mogą się zbiegać z indeksami  $n_1, \dots, n_r$ . W ogólnej sytuacji, to nie jest konieczne. Zaznaczamy także, że warunki Twierdzenia 7 są bliskie do warunków linearyzowalności w klasie  $C^\infty$  [28].

#### **Kryterium F-linearyzowalności dla układu ze sterowaniem wielowymiarowym [2]**

Rozważmy układ liniowy postaci:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (17)$$

gdzie  $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^r, r \leq n$ . Zakładamy, że

$$\text{rank}(B, AB, \dots, A^{n-1}B) = n, \text{rank}(B) = r. \quad (18)$$

Dobrze wiadomo ([10], [38]), że jeśli  $n_1 \geq \dots \geq n_r, n_1 + \dots + n_r = n$  jest zbiorem indeksów sterowalności układu (2), to ten układ odwzorowuje się na układ postaci:

$$\dot{z}_{\sigma_i+j} = z_{\sigma_i+j+1}, j = 1, \dots, n_i - 1 \quad (19)$$

$$\dot{z}_{\sigma_i+n_i} = v_i, i = 1, \dots, r$$

za pomocą liniowej zamiany zmiennych oraz liniowej zamiany sterowania, gdzie  $\sigma_1 = 0, \sigma_i = n_1 + \dots + n_{i-1}, i = 2, \dots, r$ . Przypomnimy, że indeksy  $n_1, \dots, n_r$  definiuje się następująco:

$$n_i = \max\{j : w_j - w_{j-1} \geq i\}, i = 1, \dots, r, \quad (20)$$

gdzie  $w_0 = 0, w_j = \text{rank}(B, \dots, A^{j-1}B), j \geq 1$ . Zachodzi następujące twierdzenie:

**Twierdzenie 8 [2]** Niech zamiana zmiennych

$$z = F(x) \in C^2(Q), \det F_x(x) \neq 0, x \in Q \quad (21)$$

oraz zamiana sterowania

$$v = g(x, u) \in C^1(Q \times \mathbb{R}), g(x, \mathbb{R}^r) = \mathbb{R}^r \quad (22)$$

$$\det g_u(x, u) \neq 0, x \in Q, u \in \mathbb{R}^r$$

odwzorowuje układ (17), spełniający warunek (18) na układ:

$$\dot{z} = \tilde{A}z + \tilde{B}v \quad (23)$$

w obszarze  $Q \subset \mathbb{R}^n$ . Wtedy obydwa układy mogą być zapisane w postaci (19) z takim samym zbiorem indeksów sterowalności  $n_1 \geq \dots \geq n_r$

**Definicja 5** Nieliniowy układ sterowalny postaci:

$$\dot{x} = f(x, u), x \in Q \subset \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^r \quad (24)$$

$$f(x, u) \in C^1(Q \times \mathbb{R}^r)$$

jest lokalnie F-linearyzowalny w obszarze  $Q$ , jeżeli istnieje zamiana zmiennych postaci (21) oraz zamiana sterowania postaci (22), która odwzorowuje układ (24) na układ (19) z pewnymi  $n_1 \geq \dots \geq n_r \geq 1$ .

Twierdzenie 8 pokazuje, że zbiór  $n_1, \dots, n_r$  w tej definicji jest zdefiniowany jednoznacznie.

**Twierdzenie 9** [2] Nieliniowy układ postaci (24) jest lokalnie F-linearyzowalny w obszarze  $Q$  wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzą następujące warunki:

- (A)  $f(x, u)$  ma postać:

$$f(x, u) = a(x) + B(x)\psi(x, u) = a(x) + \sum_{i=1}^r b_i(x)\psi_i(x, u), \quad (25)$$

gdzie

$$a(x), B(x) \in C^1(Q), \psi(x, u) \in C^1(Q \times \mathbb{R}^r), \psi(x, \mathbb{R}^r) = \mathbb{R}^r,$$

$$\det \psi_u(x, u) \neq 0, x \in Q, u \in \mathbb{R}^r;$$

- (B1) Dla pewnej liczby naturalnej  $n_1$  istnieją ciągłe funkcje  $\mu_{ki}^{sp}(x)$  takie, że pola wektorowe  $X_i^k(x)$ ,  $k = 0, \dots, n_1 - 1$ ,  $i = 1, \dots, r$  określone rekurencyjnie według wzorów:

$$X_i^0(x) = b_i(x),$$

$$X_i^{k+1}(x) = [a(x), X_i^k(x)] + \sum_{s=0}^k \sum_{p=1}^r \mu_{ki}^{sp}(x) X_p^s(x),$$

$$k = 0, \dots, n_1 - 2$$

istnieją i należą do  $C^1(Q)$ ;

- (B2)  $\text{rank} \{X_1^0(x), \dots, X_r^0(x), X_1^{j-1}(x), \dots, X_r^{j-1}(x)\} = \text{const} = w_j$ ,

$$x \in Q, j = 1, \dots, n_1, \text{ gdzie } r = w_1 < \dots < w_{n_1} = n;$$

- (B3)  $[X_p^k(x), X_q^j(x)] = \sum_{s=1}^r \sum_{i=0}^k \eta_{kjpq}^{is}(x) X_s^i(x)$ ,  
 $x \in Q$  dla każdych  $0 \leq j \leq k \leq n_1 - 2$  i  $p, q = 1, \dots, r$ ,  
gdzie  $\eta_{kjpq}^{is}(x)$  są to określone funkcje ciągłe;
- (B4) Dla każdego  $i = 1, \dots, r$  istnieje rozwiązanie  $\varphi_i(x)$  układu:

$$\varphi_x(x) X_s^j(x) = 0 \quad (26)$$

$$x \in Q, s = 1, \dots, r, j = 0, \dots, n_i - 2$$

gdzie  $n_i = \max\{j: w_j - w_{j-1} \geq i\}$ , takie, że

$$L_a^k \varphi_i(x) \in C^2(Q), k = 0, \dots, n_i - 1,$$

spełnia następującą własność: wiersze

$$H_i(x) = (\varphi_i(x))_x (X_1^{n_i-1}(x), \dots, X_r^{n_i-1}(x)), i = 1, \dots, r$$

są liniowo niezależne dla  $x \in Q$ .

Przy takich warunkach układ (24) odwzorowuje się na układ (19).

Uwaga.

Dla tego, żeby sprawdzić czy dany układ jest F-linearyzowalny zgodnie z Twierdzeniem 9 trzeba wybrać wektor-funkcje  $X_i^k(x)$  spełniające warunki (B1) – (B4), chociaż Twierdzenie 9 nie daje algorytmu tego wyboru.



Przykład 3 [2] pokazuje, w jaki sposób wybierać  $X_j^k(x)$ , wykluczając nieładkie składniki z  $[a(x), X_i^{k-1}(x)]$ .

**Twierdzenie 9 [2]** stanowi cenny przyczynek dla rozwoju nowoczesnej teorii sterowania i zostało opublikowane w wysoko notowanym czasopiśmie „Systems and Control Letters” znajdującym się na liście filadelfijskiej. Udział dr Jekatieryny Sklyar w zaprezentowanym osiągnięciu naukowym jest znaczący. Uważam, że jest to bardzo ważne i oryginalne, zasługujące na wyróżnienie osiągnięcie naukowe.

**Kryterium linearyzowalności układów ze sterowaniem wielowymiarowym za pomocą addytywnej zamiany sterowania [5]**

Rozważmy zagadnienie F-linearyzowalności układu (24) za pomocą zamiany zmiennych oraz addytywnej zamiany sterowania postaci:

$$v = g(x) = u, g(x) \in C^1(Q), x \in Q \quad (27)$$

**Definicja 6** Układ (24) nazywamy lokalnie linearyzowalnym w obszarze  $Q$  za pomocą addytywnej zamiany sterowania (A-linearyzowalny), jeśli istnieje zamiana zmiennych (21) oraz zamiana sterowania (27), która odwzorowuje układ (24) na układ liniowy:

$$\dot{z} = Az + Bv, z \in \mathbb{R}^n, v \in \mathbb{R}^r \quad (28)$$

spełniający warunek (18).

Dalej skrótowo będziemy nazywać takie układy - układami A-linearyzowalnymi.

Kryterium A-linearyzowalności daje następujące twierdzenie otrzymane w [5]:

**Twierdzenie 10 [5]** Nieliniowy układ (24) jest A-linearyzowalny w obszarze  $Q$  wtedy i tylko wtedy, gdy:

- (A)  $f(x, u) = a(x) + \sum_{i=1}^r b_i(x)u_i$ , gdzie

$$a(x), b_1(x), \dots, b_r(x) \in C^1(Q);$$

istnieją liczby całkowite  $n_1 \geq \dots \geq n_r \geq 1$ ,  $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$  oraz permutacja  $\{m_1, \dots, m_r\}$  zbioru  $\{1, \dots, r\}$  taka, że zachodzą następujące warunki:

- (B1) istnieją funkcje  $\mu_{ks}^p(x) \in C(Q)$ , takie że pola wektorowe  $X_s^k(x)$ ,  $s = 1, \dots, r$ ,  $k = 0, \dots, n_s$  są określone rekurencyjnie według wzorów:

$$X_s^0(x) = b_{m_s}(x),$$

$$X_s^{k+1}(x) = [a(x), X_s^k(x)] + \sum_{p=1}^r \mu_{ks}^p(x) X_p^0(x), \quad k = 0, \dots, n_s - 1$$

istnieją i należą do  $C^1(Q)$ ;

- (B2)  $\text{rank} M(x) = n$ , dla  $x \in Q$ ,  
gdzie  $M(x) = (X_1^0(x), \dots, X_r^{n_1-1}(x), \dots, X_r^0(x), \dots, X_r^{n_r-1}(x))$   
i na dodatek dla każdego  $s = 1, \dots, r$  i dla każdego  $x \in Q$ , zachodzi

$$X_s^{n_s}(x) \in \text{Lin}\{X_p^i; 1 \leq p \leq r, 0 \leq i \leq \min\{n_s, n_p - 1\}\}$$

- (B3)  $[X_s^i(x), X_q^j(q)] = 0$ ,  $x \in Q$ , a każdego  $s, q = 1, \dots, r$ ,  $i = 0, \dots, n_s$ ,  $j = 0, \dots, n_q$

W tym przypadku liczby  $n_1, \dots, n_r$  są indeksami sterowalności układu (28), na który odwzorowuje się układ (24).

**Udział dr Jekatieryny Sklyar w zaprezentowanym osiągnięciu naukowym jest znaczący. Pracę oceniam jako bardzo wartościową merytorycznie.**

### 2.3. Odwzorowanie układów sterowalnych na układy liniowe z macierzami analitycznymi [6], [7]

Podamy pewne uogólnienia koncepcji linearyzowalności zaproponowane w pracy [6] i dalsze rozwinięcie pracy [7]. Rozpatrujemy niestacjonarne układy sterowalne postaci:

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad x \in Q \subset \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^r, \quad t \in [\alpha, \beta] \quad (29)$$

i rozważamy warunki ich odwzorowalności na określoną klasę liniowych układów niestacjonarnych:

$$\dot{z} = A(t)z + B(t)u \quad (30)$$

Jako klasę „celową” naturalnie jest rozważyć układy (30) z macierzami analitycznymi, ponieważ one są najbliższe do liniowych układów stacjonarnych.

### **Warunki odwzorowości układu nieliniowego na zadany układ liniowy z macierzami analitycznymi**

Rozważmy pytanie o możliwości odwzorowania układu nieliniowego (29) ze sterowaniem jednowymiarowym na sterowalny układ liniowy, który będziemy zapisywać w postaci „driftless”:

$$\dot{z} = \hat{g}(t)u \quad (41)$$

Ze Stwierdzenia 1 wynika, że warunkiem koniecznym takiej odwzorowości jest postać afiniczna nieliniowego układu, tj.:

$$\dot{x} = a(t, x) + b(t, x)u, \quad a(t, x), b(t, x) \in C^1([\alpha, \beta] \times Q) \quad (42)$$

Ze stwierdzenia 2 mamy, że drugim warunkiem koniecznym jest odwzorowalność układu (42) na postać „driftless”, tzn. na układ:

$$\dot{y} = g(t, y)u \quad (43)$$

gdzie  $g(t, y) \in C^1(T_F([\alpha, \beta] \times Q))$  oraz  $T_F$  oznacza odwzorowanie, które sprowadza układ (42) do postaci (43). Przypominamy, że [...] oznacza nawiasy Liego:  $[d(y), h(y)] = h_y(y)d(y) - d_y(y)h(y)$ .

Warunki konieczne i dostateczne zawarte są w następującym twierdzeniu:

**Twierdzenie 12** [6] *Sterowalny układ ze sterowaniem jednowymiarowym, postaci (29) jest odwzorowalny na układ (41) w obszarze  $Q$  w przedziale czasowym  $[\alpha, \beta]$  wtedy i tylko wtedy, gdy:*

- (i) układ (29) ma postać (42);
- (ii) układ (42) jest odwzorowalny na postać „driftless” (43);
- (iii) wektor-funkcja  $g(t, y)$  z (43) jest taka, że:

$$g(t, y) = D(y)\hat{g}(t), \quad (t, y) \in T_F([\alpha, \beta] \times Q), \quad (44)$$

gdzie  $\hat{g}(t)$  jest analityczną funkcją wektorową na  $[\alpha, \beta]$ ,

$$\text{rank} \left( \hat{g}(t), \dot{\hat{g}}(t), \dots, \hat{g}^{(n-1)}(t) \right) = n \quad (45)$$

za wyjątkiem być może skończonego zbioru  $\{t_k\}_{k=1}^N \subset [\alpha, \beta]$  oraz  $D(y)$  jest nieosobliwą macierzą z klasy  $C^1(T_F([\alpha, \beta] \times Q))$ , której kolumny  $d_1(y), \dots, d_n(y)$  spełniają równości:

$$[d_j(y), d_k(y)] = 0, y \in F([\alpha, \beta] \times Q), j, k = 1, \dots, n \quad (46)$$

### Przykład.

Rozważmy następującą modyfikację problemu linearyzowalności. Niech układ liniowy, który zapisujemy w postaci „driftless” (41) jest zadany. Zamierzamy opisać wszystkie układy nieliniowe, które mogą być odwzorowane na ten konkretny układ. Korzystamy z Twierdzenia 12 [6]. Różniczkując (44) względem  $t$ , mamy:

$$g^{(j)}(t, y) = D(y)\hat{g}^{(j)}(t), j \geq 0.$$

Z tej równości oraz z równości (46) wynika, że dla każdego  $(t, y) \in T_F([\alpha, \beta] \times Q)$  zachodzi:

$$[g^{(j)}(t, y), g^{(k)}(t, y)] = 0 \quad (55)$$

$$j, k = 0, \dots, n-1.$$

Wprowadzamy macierz:

$$K(t, y) = (g(t, y), \dot{g}(t, y), \dots, g^{(n-1)}(t, y)).$$

wtedy:

$$K(t, y) = D(y)\tilde{K}(t),$$

gdzie

$$\tilde{K}(t) = (\hat{g}(t), \dot{\hat{g}}(t), \dots, \hat{g}^{(n-1)}(t))$$

i macierz ta jest odwracalna prawie wszędzie na przedziale  $[\alpha, \beta]$  (warunek (45)). Ponieważ  $\hat{g}(t)$  jest analityczna, to macierze  $K(t, y)$  i  $\tilde{K}(t)$  są odwracalne wszędzie za wyjątkiem być może skończonego zbioru  $\{t_k\}_{k=1}^N \subset [\alpha, \beta]$ . Zatem dla każdego  $(t, y) \in T_F([\alpha, \beta] \times Q)$ , takiego, że  $t \notin \{t_k\}_{k=1}^N$  mamy:

$$K^{-1}(t, y)g^{(n)}(t, y) = \tilde{K}^{-1}(t)\hat{g}^{(n)}(t). \quad (56)$$

Wzór (56) można interpretować w następujący sposób: odwołując się do definicji niezmienników układu (39) wnioskujemy, że linearyzowalny nieliniowy układ (43) posiada ten sam zbiór niezmienników, jak i układ (41), na który on się odwzorowuje; oprócz tego te niezmienniki nie zależą od  $y$ .

Następne twierdzenie otrzymane w [6] pokazuje, że równości (55), (56) kompletnie opisują warunki odwzorowalności na zadany układ liniowy (41).

**Twierdzenie 13** [6] *Nieliniowy układ (42) może być odwzorowany na zadany sterowalny układ (41) wtedy i tylko wtedy, gdy jego postać „driftless” spełnia warunki (55), (56).*

Warunki odwzorowalności (55), (56) formułują się w terminach postaci „driftless” (43) układu (42). Okazuje się, że te warunki mogą być przeformułowane bezpośrednio w terminach układu (42). Wprowadzamy operator  $\mathfrak{R}$  zdefiniowany następująco:

$$\mathfrak{R}(t, x)\varphi = \varphi_t(t, x) + \varphi_x(t, x)a(t, x) - a_x(t, x)\varphi(t, x),$$

oraz oznaczamy  $R(t, x)$  następującą macierz:

$$R(t, x) = (b(t, x), \mathfrak{R}b(t, x), \dots, \mathfrak{R}^{n-1}b(t, x)).$$

Wówczas:

- (a) Warunek (55) jest równoważny z warunkiem:

$$[\mathfrak{R}^k b(t, x), \mathfrak{R}^j b(t, x)] = 0, k, j = 0, \dots, n-1 \quad (57)$$

- (b) Macierz  $R(t, x)$  jest macierzą odwracalną, jeśli macierz  $K(t, y)$  jest odwracalna i równość (56) jest równoważna z równością:

$$R^{-1}(t, x)\mathfrak{R}^n b(t, x) = \hat{K}^{-1}(t)\hat{g}^{(n)}(t), t \in [\alpha, \beta] \setminus \{t_k\}_{k=1}^N, x \in Q \quad (58)$$

Zachodzi twierdzenie otrzymane w [6]:

**Twierdzenie 14** [6] *Nieliniowy układ (42), który jest odwzorowywalny na swoją postać „driftless” może być odwzorowany na zadany sterowalny liniowy układ (41) wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzą warunki (57), (58).*

**Udowodnione Twierdzenia 12, 13 i 14 zostały opublikowane w wysoko notowanym czasopiśmie „Systems and Control Letters” znajdującym się na liście filadelfijskiej. Pani dr Jekatierina Sklyar jest jedynym autorem publikacji we wspomnianym czasopiśmie. Uważam, że jest to bardzo ważne i oryginalne, zasługujące na szczególne wyróżnienie osiągnięcie naukowe.**

Analizując sformułowanie Twierdzenia 14 [6] zwróćmy uwagę na założenia o odwzorowalności układu (42) na swoją postać „driftless” w obszarze  $[\alpha, \beta] \times Q$ . Ponieważ lokalna odwzorowalność na postać „driftless” zachodzi zawsze, to takie założenie może okazać się czysto technicznym. Okazuje się jednak, że założenie to jest ważne (bo dowód Twierdzenia 14 w pracy [6] istotnie je wykorzystuje), a z drugiej strony, jest ono trudno sprawdzalne z definicji. Powstały problem udało się rozwiązać w [7]. Mianowicie pokazano, że przy założeniu, że funkcja wektora  $a(t, x)$  w (42) należy do klasy  $C^2([\alpha, \beta] \times Q)$ , odwzorowalność na postać „driftless” zachodzi automatycznie. Odpowiednie twierdzenie otrzymano w [7]:

**Twierdzenie 15 [7]** *Niech w układzie (42) zachodzi  $a(t, x) \in C^2([\alpha, \beta] \times Q)$ ;  $b(t, x) \in C^1([\alpha, \beta] \times Q)$ . Wówczas układ ten jest odwzorowywalny na zadany sterowalny układ (36) wtedy i tylko wtedy, gdy wektor-funkcje  $\mathfrak{R}b(t, x), \dots, \mathfrak{R}^n b(t, x)$  istnieją, są klasy  $C^1([\alpha, \beta] \times Q)$ ,  $\text{rank}R(t, x) = n$ ,  $t \in [\alpha, \beta] \setminus \{t_k\}_{k=1}^N$ ,  $x \in Q$  i zachodzą warunki (57), (58).*

**Udział dr Jekatieriny Sklyar w zaprezentowanym osiągnięciu naukowym jest znaczący. Pracę oceniam jako bardzo wartościową merytorycznie.**

**Opisanie możliwych niezmienników układów z macierzami analitycznymi [8].**

Podany w poprzedniej Sekcji warunek odwzorowalności układu nieliniowego na zadany układ liniowy z macierzami analitycznymi (Twierdzenia 14, 15) między innymi oznacza, że wyjściowy układ powinien posiadać zbiór niezmienników układu na który on się odwzorowuje.

Dalej rozważymy problem linearyzowalności, tzn. odwzorowalności układu nieliniowego na nieokreślony układ liniowy z macierzami analitycznymi, jak to zostało zrobione dla układów stacjonarnych w Sekcji 2. W tym kontekście aktualnym jest pytanie o dokładne opisanie wszystkich możliwych niezmienników układów z macierzami analitycznymi. Przypomnijmy, że niezmiennikami układu sterowalnego (36) nazywamy komponenty wektora

$$\gamma(t) = K^{-1}(t)\Delta^n(t), \quad (59)$$

gdzie

$$K(t) = (\Delta^0(t), \Delta^1(t), \dots, \Delta^{n-1}(t)),$$

$$\Delta^k(t) = \left(-A(t) + \frac{d}{dt}\right)^k b(t), \quad k \geq 0.$$

Macierz  $K(t)$  jest odwracalna na  $[\alpha, \beta]$  za wyjątkiem być może skończonej liczby punktów  $\{t_j\}_{j=1}^N$ . Wówczas komponenty wektora  $\gamma(t)$  są funkcjami analitycznymi lub meromorficznymi z biegunami w  $\{t_j\}$  na  $[\alpha, \beta]$ . W przypadku układów o macierzach stałych, niezmiennikami są stałe liczby i odwrotnie, dla każdego wektora stałego  $\gamma \in \mathbb{R}^n$  istnieje układ stacjonarny, dla którego niezmiennikami są komponenty  $\gamma$ . W przypadku układów niestacjonarnych sytuacja jest inna.

### Problem linearyzowalności.

Dla zadanych funkcji  $\gamma_1(t), \dots, \gamma_n(t)$ , meromorficznym na przedziale domkniętym  $[\alpha, \beta]$  określić czy są one niezmiennikami pewnego układu sterowalnego (36). Problem realizowalności jest równoważny z następującym problemem: dla zadanych funkcji meromorficznym  $\gamma_1(t), \dots, \gamma_n(t)$ , na przedziale  $[\alpha, \beta]$ , określić czy równanie różniczkowe:

$$\gamma_1(t)w + \gamma_2(t)w^{(1)} + \dots + \gamma_n(t)w^{(n-1)} = w^{(n)} \quad (60)$$

posiada  $n$  liniowo niezależnych rzeczywistych analitycznych rozwiązań na  $[\alpha, \beta]$ .

Rozwiązanie problemu realizowalności daje następujące twierdzenie otrzymane w [8]:

**Twierdzenie 16** [8] *Niech funkcje  $\gamma_1(t), \dots, \gamma_n(t)$  są analityczne lub meromorficzne na przedziale domkniętym  $[\alpha, \beta]$ . Oznaczamy przez  $\{t_j\}_{j=1}^N \subset [\alpha, \beta]$  zbiór punktów, gdzie przynajmniej jedna z tych funkcji ma biegun.*

*Funkcje  $\gamma_s(t)$ ,  $s = 1, \dots, n$  są niezmiennikami dla pewnego sterowalnego układu liniowego (36) z macierzami analitycznymi na  $[\alpha, \beta]$  wtedy i tylko wtedy, gdy następujące trzy warunki są spełnione w każdym punkcie  $t_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ :*

- (i) każda funkcja  $\gamma_s(t)$  jest albo analityczna w otoczeniu  $t = t_i$ , albo memomorficzna z biegunem  $t = t_i$ , rzędu nie większego niż  $n-s+1$ , tzn.

$$\gamma_s(t) = \sum_{j=-n+s-1}^{\infty} \gamma_{s,j}(t-t_i)^j, \quad s = 1, \dots, n$$

- (ii) równanie algebraiczne

$$k^n - \sum_{s=1}^n k^{n-s} \gamma_{n-s+1,-s} = 0 \quad (61)$$

posiada  $n$  różnych nieujemnych całkowitych pierwiastków  $0 \leq k_1 < \dots < k_n$ ; tu w równaniu (61) wykorzystano oznaczenie [8] dla nieujemnych całkowitych  $k$  i  $q$ :

$$k^q = \begin{cases} \frac{k!}{(k-q)!}, & q \leq k \\ 0, & q > k \end{cases}$$

- (iii) zachodzi następująca równość rzędu macierzy:

$$\text{rank} \begin{pmatrix} V_{k_1+1, k_1} & V_{k_1+1, k_1+1} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{k_n-1, k_1} & V_{k_n-1, k_1+1} & 0 & \dots & V_{k_n-1, k_n-1} \\ V_{k_n, k_1} & V_{k_n, k_1+1} & 0 & \dots & V_{k_n, k_n-1} \end{pmatrix} = k_n - k_1 - n + 1$$

gdzie

$$V_{k,k} = k^n - \sum_{s=1}^n k^{n-s} \gamma_{n-s+1,-s} \quad \text{dla } k_1 + 1 \leq k \leq k_n - 1$$

$$V_{k,j} = - \sum_{s=1}^n j^{n-s} \gamma_{n-s+1, k-j-s} \quad \text{dla } k_1 \leq j \leq k-1 \leq k_n - 1.$$

### Warunek lokalnej analitycznej linearyzacji

Z Twierdzeń 15 i 16 wynika następujący warunek lokalnej analitycznej linearyzacji, podany w [8]:



**Twierdzenie 17** [8] Rozważamy nieliniowy układ sterowania (42), w którym  $a(t, x) \in C^2([\alpha, \beta] \times Q)$ ,  $b(t, x) \in C^1([a, b] \times Q)$ . Układ ten jest lokalnie analitycznie linearyzowalny w obszarze  $Q$  na przedziale czasowym  $[\alpha, \beta]$  wtedy i tylko wtedy, gdy funkcje wektorowe

$$\mathfrak{R}b(t, x), \mathfrak{R}^2b(t, x), \dots, \mathfrak{R}^nb(t, x)$$

istnieją, są klasy  $C^1([\alpha, \beta] \times Q)$  i spełniają warunki:

$$[\mathfrak{R}^kb(t, x), \mathfrak{R}^jb(t, x)] = 0, k, j = 0, \dots, n - 1$$

$$\text{rank}R(t, x) = n, t \in [\alpha, \beta] \setminus \{t_i\}_{i=1}^N, x \in Q;$$

komponenty wektor-funkcji

$$\gamma(t, x) = R^{-1}(t, x)\mathfrak{R}^nb(t, x)$$

zależą tylko od  $t$ , t.j.  $\gamma(t, x) = \gamma(t)$ , i są niezmiennikami pewnego układu liniowego (36) z macierzami analitycznymi, tzn. spełniają warunki Twierdzenia 16 [8].

**Wniosek 4** Rozważmy ogólny układ ze sterowaniem jednowymiarowym

$$\dot{x} = f(t, x, u)$$

zakładając, że  $f \in C^2([\alpha, \beta] \times Q \times \mathbb{R})$ .

Wówczas układ (65) jest lokalnie analitycznie linearyzowalny wtedy i tylko wtedy, gdy ma on postać afiniczną (42) i spełnia warunki Twierdzenia 17 [8].

**Udowodnione Twierdzenia 16 i 17 [8] zostały opublikowane w wysoko notowanym czasopiśmie „Journal of Dynamical and Control Systems” znajdującym się na liście filadelfijskiej. Udział dr Jekatieriny Sklyar w zaprezentowanym osiągnięciu naukowym jest znaczący. Uważam, że jest to bardzo ważne i oryginalne, zasługujące na wyróżnienie osiągnięcie naukowe.**

## 2.4. Synteza „Krok po kroku” [3]

Habilitantka rozważyła pewną modyfikację zagadnienia linearyzowalności. W przypadku linearyzacji bez zamiany sterowania, w przypadku sterowania jednowymiarowego potrzeba, aby układ był układem „afinicznym” względem sterowania, tzn. był postaci:

$$\dot{x} = a(x) + b(x)u$$

Dla układów, które są układami linearyzowalnymi (bez zamiany sterowania) łatwo jest rozwiązać następujące zagadnienie: zbudować sterowanie, które spełnia zadane ograniczenia i które przeprowadza zadany punkt w zadany. Jak rozwiązać to zadanie dla układu liniowego. Jednak okazuje się, że przy niektórych warunkach właśnie nieliniowość względem sterowania może być wykorzystana dla rozwiązania zagadnienia sterowalności. Takie podejście zostało zaproponowane w pracy [3]. Przytoczymy niektóre szczegóły i uogólnienia metody podanej w [3].

- 1) Układ nieliniowy „wyjściowy” może zawierać dowolną ilość bloków, tzn. mieć postać:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dots \\ \dot{x}_{n_1-1} = x_{n_1}, \\ \dot{x}_{n_1} = H_1(x, u), \\ \dots \\ \dot{x}_{n_1+\dots+n_{m-1}+1} = x_{n_1+\dots+n_{m-1}+2}, \\ \dots \\ \dot{x}_{n_1+\dots+n_{m-1}} = x_{n_1+\dots+n_m}, \\ \dot{x}_{n_1+\dots+n_m} = H_m(x, u), \end{array} \right. \quad (77)$$

Końcowe sterowanie buduje się w poszczególnych krokach w m krokach: na każdym kroku współrzędne zerują się.

- 2) Budowa kawałkami ciągłych sterowań  $v_i(x)$ , które rozwiązują zagadnienie syntezy sterowania dla układu liniowego jest dosyć trudnym zadaniem. Efektywnym podejściem jest podejście, które wykorzystuje metodę funkcji sterowalności. W tym przypadku buduje się sterowanie  $v_i(x)$ , spełniające zadane wcześniej ograniczenia.
- 3) Jasne jest, że ta metoda rozszerza się na układy nieliniowe, które są odwzorowywalne na układy o postaci (77) za pomocą zamiany zmiennych. Ponieważ warunki takiej odwzorowalności są dosyć trudne do opisanego, dobrze jest opisać takie klasy układów nieliniowych, o których wiadomo, że one spełniają te warunki. Niektóre z takich klas, w pewnym sensie uogólniają klasy „trójkątne”.  
Zauważmy także, że metoda „krok po kroku” rozpowszechnia się na układy postaci:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, x_3), \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4), \\ \dots \\ \dot{x}_{n-2} = f_{n-2}(x_1, \dots, x_n), \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_1, \dots, x_n, u), \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u). \end{cases}$$

**Praca [3] zawiera pewne uogólnienie idei linearyzacji dla specjalnej klasy układów nieliniowych względem sterowania. Zaproponowana metoda wyboru sterowania „krok po kroku” pozwala rozwiązać zagadnienie sterowalności, w tym czasowo-optymalnej dla takich układów. Idea podejścia należy do dr Jekatieriny Sklyar. Habilitantka zastosowała otrzymane rezultaty do syntezy sterowania wahadłem dwuramiennym.**

**Udział dr Jekatieriny Sklyar w zaprezentowanym osiągnięciu naukowym jest bardzo znaczący.**

**Zaprezentowane osiągnięcie zostało opublikowane w wysoko notowanym czasopiśmie „Nonlinear Differential Equations and Applications” znajdującym się na liście filadelfijskiej.**

**Podsumowując stwierdzam, że przedstawione w pracy [3] rezultaty zasługują na szczególne wyróżnienie.**

### **3. Uwagi końcowe**

W cyklu prac, stanowiących osiągnięcia naukowe rozważono jeden z podstawowych problemów teorii sterowania – problem linearyzacji, tzn. możliwość odwzorowania układu nieliniowego na układ liniowy, co w konsekwencji pozwala zbadać różne problemy sterowania dla tego układu.

Prace cyklu można podzielić na dwie główne części. Pierwsza część cyklu poświęcona jest analizie zagadnienia linearyzacji układów klasy  $C^1$  tzn. z minimalnymi wymaganiami na gładkość. Prace [1], [2], [4], [5] cyklu są kontynuacją poprzednich prac Habilitantki [32], [33], [34], [35]. Warunki linearyzowalności otrzymano w ogólnym przypadku układów ze sterowaniem wielowymiarowym. Rozważono różne możliwe postawienia zagadnienia linearyzacji, zarówno bez zamiany, jak i z zamianą sterowania. Faktycznie oznacza to kompletne zbadanie wskazanego problemu. W drugiej części cyklu rozważono zagadnienia linearyzacji dla układów niestacjonarnych. Układy niestacjonarne odgrywają w teorii systemów bardzo ważną rolę, problem ich linearyzacji jest mało zbadany. Jest to związane z tym, że oprócz trudności natury geometrycznej w tym przypadku powinien być także zbadany funkcjonalny charakter układu od

czasu. Istotny krok w tym kierunku zrobiono w pracach cyklu [6], [7], [8] w których rozważono problem odwzorowalności na układy z macierzami analitycznymi. Udowodniono, że warunkiem odwzorowalności układu jest (wraz z tradycyjnymi warunkami geometrycznymi), posiadanie przez układ określonego zbioru niezmienników, będących funkcjami meromorficznymi od czasu. Opisano także ogólną możliwą postać zbiorów takich niezmienników. Zauważmy, że podejście zapoczątkowane w pracach [6], [7], [8] otwiera perspektywy dalszych badań, na przykład w kierunku układów ze sterowaniem wielowymiarowym (pewien wynik w tym zakresie otrzymano w [36]) oraz linearyzacji z zamianą sterowania. Ponadto w pracy [3] cyklu rozważono jeszcze jedną modyfikację zagadnienia linearyzacji z wyborem sterowania „krok po kroku”. Zastosowano otrzymane wyniki do syntezy sterowania wahadłem dwuramiennym.

**Po przestudiowaniu udostępnionych publikacji i po zapoznaniu się z dołączonym do wniosku autoreferatem Kandydatki stwierdzam, że wkład do Automatyki, Elektroniki, Elektrotechniki i Technologii Kosmicznych, jakie wnoszą wszystkie wyżej wymienione prace Pani dr Jekatieriny Sklyar jest znaczący.**

**Obecnie przejdę do oceny „aktywności naukowej” Pani dr Jekatieriny Sklyar.**

Zajmę się teraz tą częścią dorobku naukowego Habilitantki, która nie wchodzi w skład wybranych kilku prac wskazanych jako „osiągnięcie naukowe”.

W dostarczonych mi materiałach został podany pełny wykaz dorobku naukowego Kandydatki po doktoracie, poszerzający istotnie obraz Jej sylwetki naukowej widziany całościowo, a także zostały przedłożone do oceny wybrane publikacje. Wykaz ten i wspomniana próbka dorobku poza „osiągnięciem” robi bardzo dobre wrażenie.

Jak wynika z uzyskanych danych Kandydatka jest autorem lub współautorem 36 prac naukowych. Na Jej całkowity dorobek naukowy składają się:

- 7 artykułów w czasopismach znajdujących się w bazie Journal Citation Reports,
- 7 artykułów w czasopismach spoza bazy Journal Citation Reports,
- 6 rozdziałów w monografiach naukowych,
- 16 artykułów w materiałach konferencyjnych.

Konkluzję tą potwierdzają dane bibliometryczne dotyczące międzynarodowego znaczenia i naukowego wpływu prac Kandydatki.

Otóż jak wynika z odpowiednich baz naukowych sumaryczny Impact Factor publikacji z cyklu z punktu I.1. według bazy Web of Science: 8,2; ogólny 15,0.

Prace Kandydatki były cytowane 55 razy (17 razy bez autocytowań) według bazy Scopus.

Ponadto należy stwierdzić, że indeks Hirscha cytowań prac Habilitantki według baz Web of Science oraz Scopus wynosi odpowiednio:  $h=3$  oraz  $h=3$ .

Zgodnie z informacją Kandydatki o liczbie punktów MEN: punktacja zgodna ze stanem prawnym na dzień wysyłania wniosku wyniosła 450 dla publikacji z cyklu z punktu I.1.; ogólnie 960.

**Należy dodać, że żaden akt prawny nie nakazuje obecnie uzależniać nadania stopnia doktora habilitowanego od wysokości wskaźników bibliometrycznych w jakiegokolwiek dyscyplinie naukowej, a indywidualna recenzja osiągnięć naukowych jest oceną ekspercką.**

Zatem stwierdzam, że osiągnięcia habilitacyjne (jednotematyczny cykl publikacji) oraz całość dorobku mogą być podstawą do nadania Pani dr Jekatierinie Sklyar stopnia naukowego doktora habilitowanego. Na korzyść pozytywnego wniosku końcowego przemawiają także osiągnięcia Habilitantki w pracy dydaktycznej i organizacyjnej w obszarze nauki i dydaktyki. Silną kartą osiągnięć Habilitantki jest Jej udział w 4 projektach oraz Jej oryginalne osiągnięcia projektowe.

Kandydatka uczestniczyła w 2 programach europejskich finansowanych przez Komisję Europejską w ramach programu Erasmus+ „Staff mobility for teaching”. Ponadto Habilitantka uczestniczyła w 5 programach międzynarodowych na zaproszenie Wietnamskiej Akademii Nauk oraz Universidad Autonoma del Estado de Morelos, Cuernavaca, Meksyk.

Działalność naukowo-badawcza Dr Jekatieriny Sklyar została 2-krotnie wyróżniona nagrodą Rektora Uniwersytetu Szczecińskiego za szczególne osiągnięcia naukowe w latach 2003 oraz 2017.

**Podsumowując stwierdzam, że „osiągnięcie naukowe” oraz „aktywność naukowa” Pani dr Jekatieriny Sklyar w mojej ocenie**

w pełni predestynują Ją do uzyskania stopnia naukowego doktora  
habilitowanego.

Dlatego jako recenzent i członek Komisji w tym przewodzie będę  
głosował za nadaniem Jej tego stopnia.

Adam Władysław Kozalewski