

Sterowanie procesem dystrybucji produktów o zróżnicowanej trwałości w warunkach zmiennego popytu i opóźnień dostaw z uwzględnieniem niepewności układu oraz wykorzystaniem metod optymalizacji jedno- i wielokryterialnej

Rozprawa doktorska w dyscyplinie
automatyka, elektronika, elektrotechnika i technologie kosmiczne
w formie zbioru powiązanych tematycznie artykułów naukowych

Autor: mgr inż. Ewelina Chołodowicz

Promotor: dr hab. inż. Przemysław Orłowski, prof. ZUT
Katedra Automatyki i Robotyki

Szczecin, 2024

*Składam serdeczne podziękowania Mojemu Promotorowi,
Panu Profesorowi Przemysławowi Orłowskiemu,
za dostrzeżenie we mnie potencjału, nieustanne stawianie
przede mną wyzwań, które były nieocenione dla rozwijania
mojego naukowego charakteru, za ciekawe dyskusje naukowe,
które motywowały mnie do podejmowania badań.*

*Dziękuję mojej rodzinie – w szczególności mojej mamie
Teresie, za wsparcie i wiarę w mój sukces.*

*Dziękuję mojemu partnerowi Pawłowi, za wyrozumiałość w
momentach kiedy na długo pochłaniał mnie świat nauki oraz
za nieustanną wiarę w mój sukces, która sprawia, że każdego
dnia pragnę być lepszym inżynierem i naukowcem.*

*Na zakończenie, pragnę podziękować mojej Alma Mater, że
ukszałtowała mnie jako inżyniera i naukowca, co stało się
początkiem wszystkiego co najlepsze w moim życiu.*

Spis treści

1. KONCEPCJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ	7
1.1. TEMAT PRACY	7
1.2. CELE ROZPRAWY	7
1.3. TEZA ROZPRAWY	8
1.4. UZASADNIENIE WYBORU TEMATYKI	8
2. PUBLIKACJE NAUKOWE	13
2.1. CYKL PUBLIKACJI WCHODZĄCYCH W SKŁAD ROZPRAWY	13
2.2. POZOSTAŁE PUBLIKACJE NAUKOWE	16
3. OMÓWIENIE CYKLU PUBLIKACJI NAUKOWYCH WCHODZĄCYCH W SKŁAD ROZPRAWY DOKTORSKIEJ	17
3.1. MODELOWANIE SYSTEMU MAGAZYNOWEGO	18
3.1.1. <i>Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem</i>	18
3.1.2. <i>Hybrydowy model systemu magazynowego z produktami nietrwałymi</i>	19
3.2. STEROWANIE PROCESEM DYSTRYBUCJI PRODUKTÓW TRWAŁYCH	24
3.2.1. <i>Sterowanie procesem dystrybucji produktów trwałych z wykorzystaniem predyktora Smitha</i>	25
3.2.2. <i>Metoda cyklu zamawiania z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów dla układów z długimi opóźnieniami dostaw</i>	27
3.3. ANALIZA METOD STEROWANIA DYSTRYBUCJĄ PRODUKTÓW TRWAŁYCH	29
3.3.1. <i>Porównanie metody punktu zamawiania oraz metody z regulatorem PD i predyktorem Smitha w warunkach zmiennych opóźnień</i>	30
3.3.2. <i>Porównanie metody cyklu zamawiania oraz metody z regulatorem PD i predyktorem Smitha w warunkach zaburzonego popytu</i>	31
3.3.3. <i>Porównanie metod sterowania w warunkach długich zmiennych opóźnień</i>	33
3.4. ANALIZA EFEKTYWNOŚCI ALGORYTMÓW OPTIMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ W ZASTOSOWANIU DO AUTOMATYCZNEGO STEROWANIA ZAPASAMI	35
3.5. STEROWANIE PROCESEM DYSTRYBUCJI PRODUKTÓW NIETRWAŁYCH	37
3.5.1. <i>Sterowanie procesem dystrybucji produktów nietrwałych z niepewnym procesem psucia się z wykorzystaniem sieci neuronowych i wielokryterialnej optymalizacji odpornej</i>	37
3.5.2. <i>Sterowanie procesem dystrybucji produktów nietrwałych z niepewnym opóźnieniem dostaw z wykorzystaniem sieci neuronowych i algorytmu genetycznego</i>	40
3.5.3. <i>Odporny neuronowy regulator przelączalny w zastosowaniu do sterowania procesem dystrybucji z produktami nietrwałymi w warunkach zmiennego niepewnego popytu</i>	42
3.5.4. <i>Odporny regulator neuronowy oraz rozmyty estymator zmiennego niepewnego popytu w zastosowaniu do sterowania procesem dystrybucji z produktami nietrwałymi</i>	45
PODSUMOWANIE	51
BIBLIOGRAFIA	53
PEŁNE TEKSTY ARTYKUŁÓW NAUKOWYCH WCHODZĄCYCH W SKŁAD CYKLU PUBLIKACJI	57

ROZDZIAŁ 1

Koncepcja rozprawy doktorskiej

1.1. Temat pracy

Sterowanie procesem dystrybucji produktów o zróżnicowanej trwałości w warunkach zmiennego popytu i opóźnień dostaw z uwzględnieniem niepewności układu oraz wykorzystaniem metod optymalizacji jedno- i wielokryterialnej.

1.2. Cele rozprawy

Zasadniczym celem rozprawy doktorskiej jest poprawa jakości sterowania procesem dystrybucji produktów w kontekście minimalizacji następujących kryteriów: utraconych korzyści realizacji sprzedaży (tzw. przestojów) oraz zajętości powierzchni magazynowej. Realizacja tego celu ma nastąpić w obliczu:

- a. niestacjonarności dużych opóźnień transportowych i produkcyjnych,
- b. zmienności lub niepewności popytu,
- c. niepewności z tytułu zróżnicowanej trwałości produktów,
- d. niepewności czasu realizacji zamówień.

Sformułowano ponadto pięć celów szczegółowych:

- C1. Opracowanie adekwatnego dyskretnego modelu matematycznego systemu dystrybucji uwzględniającego niestacjonarną dynamikę opóźnień transportowych oraz zweryfikowanie poprawności funkcjonowania stworzonego modelu na drodze symulacji komputerowych w środowisku Matlab/Simulink dla różnych scenariuszy zachowania się rynku.
- C2. Analiza porównawcza regulatora PD z predyktorem Smitha i adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów oraz metod: punktu zamawiania z adaptacyjnym poziomem zamówień, cyklu zamawiania z adaptacyjnym

maksymalnym poziomem zapasów, w obliczu krótkich oraz długich opóźnień i zaburzeń popytu.

- C3. Analiza porównawcza efektywności ewolucyjnych algorytmów w zastosowaniu do wielokryterialnej optymalizacji systemu dystrybucji produktów z uwzględnieniem opóźnień czasu realizacji zamówień i produkcji.
- C4. Ulepszenie modelu magazynu o modelowanie procesu psucia się produktów z uwzględnieniem losowej trwałości produktów oraz weryfikacja modelu z wykorzystaniem rzeczywistych danych uzyskanych z badań nad procesem psucia się wybranego rodzaju owoców.
- C5. Opracowanie odpornego regulatora wykorzystującego metody optymalizacji odpornej, sztuczną inteligencję, w tym sieci neuronowe i logikę rozmytą oraz weryfikacja działania regulatora na rzeczywistych danych pochodzących z systemu magazynowego.

1.3. Teza rozprawy

Tezę niniejszej rozprawy doktorskiej sformułować można w następujący sposób:
Zastosowanie dyskretnych modeli dynamicznych wraz z metodami sterowania, wspieranych przez nowoczesne techniki optymalizacji jedno- i wielokryterialnej oraz metody sztucznej inteligencji, umożliwia poprawę jakości sterowania zamówieniami w systemach dystrybucji, szczególnie w warunkach niepewności związanych z opóźnieniami dostaw i zmiennego zapotrzebowania rynkowego.

1.4. Uzasadnienie wyboru tematyki

Rosnąca złożoność łańcuchów dostaw i mnogość strumieni przepływów dóbr powoduje ciągłą potrzebę doskonalenia metod sterowania systemami logistycznymi [1]. Systemy produkcyjne i logistyczne, łańcuchy dostaw i sieci przemysłu 4.0 są narażone na coraz większe niepewności oraz ryzyka, które związane są bezpośrednio ze zwiększeniem się liczby kanałów wymiany produktów, informacji oraz z ciągłą zmianą dynamiki obiektów logistycznych. Z tego powodu, konieczne jest wspieranie decyzji związanych z przepływem dóbr w systemach logistycznych.

Wiele modeli systemów magazynowych opartych jest o uproszczające założenia takie jak: liniowość elementów modelu oraz stałe opóźnienia. Jednakże, w rzeczywistych systemach logistycznych opóźnienia są zmienne i rzadko bywają zgodne z przewidywaniami. Elementy strukturalne systemów logistycznych są nieliniowe, na przykład magazyny posiadają ograniczoną (i nieujemną) przestrzeń do składowania towarów, a dostawcy oraz zasoby na produkcji są

ograniczone, co w konsekwencji skutkuje brakiem możliwości realizacji dowolnych sygnałów sterujących [2]. Modele statyczne nie zapewniają efektywnej analizy systemów magazynowych z uwzględnieniem opóźnień i zjawisk w niej występujących. W miarę rozbudowywania struktur systemów logistycznych bardziej adekwatne stały się modele dynamiczne, pozwalające na kompleksową analizę procesów w nich występujących. Z uwagi na analogie występujące pomiędzy systemami stricte inżynierskimi, a łańcuchem dostaw, automatyka, a w szczególności teoria sterowania może dostarczyć narzędzi do tworzenia skutecznych mechanizmów optymalizujących dynamikę procesów logistycznych [3], [4]. Metody teorii sterowania mogą potencjalnie wprowadzić więcej realizmu do dynamicznego planowania i modelowania tych systemów, ułatwić podejmowanie decyzji oraz poprawić wydajność w systemach produkcji i logistyki, łańcuchach dostaw i sieciach Przemysłu 4.0 [5].

W ujęciu systemowym magazyn można przedstawić jako obiekt, w którym na wejściu są dostawy zwiększające stan zapasów oraz zapotrzebowanie klientów zmniejszające stan zapasów, zaś na wyjściu znajdują się produkty, które zostały sprzedane oraz aktualny stan zapasów. Szczególnie istotną częścią systemów magazynowych są systemy sterowania zamówieniami, których głównym zadaniem jest wspieranie decyzji menadżerskich w zakresie określenia terminu oraz wielkości zamówień. Należy zaznaczyć, że systemy sterowania zamówieniami jako jedna z części składowych systemów magazynowych stanowiąc będą główny przedmiot rozprawy doktorskiej. W przeciwieństwie do wielu rozwiązań dostępnych w literaturze, opis systemów magazynowych w przestrzeni stanu pozwala na zastosowanie metod projektowania układów regulacji, takich jak np. sterowanie ze sprzężeniem od stanu, sterowanie liniowo-kwadratowe, sterowanie ślizgowe, sterowanie predykcyjne, optymalizacja dynamiczna, regulatory neuronowe czy regulatory rozmyte.

Według [6] szczególnie istotne luki badawcze można wyróżnić w obszarze systemów zarządzania zamówieniami z produktami nietrwałymi. Nieefektywne sterowanie przepływem produktów nietrwałych, stanowi poważne zagrożenie dla rentowności firm w branży sprzedaży hurtowej i detalicznej. Badania statystyczne wykazały, że rocznie w krajach Unii Europejskiej powstaje około 88 milionów ton żywności, która się marnuje [7]. Znalezienie skutecznych metod sterowania zapasami łatwo psującymi się, stało się bardzo interesującym problemem zarówno dla praktyków, jak i dla naukowców. W przypadku produktów o nieograniczonym cyklu życia, koszty przedsiębiorstwa zależą od wielkości użytkowanej powierzchni magazynowej i utraconych zysków z powodu przestojów. W przypadku produktów psujących się utrata sprzedaży jest spowodowana nie tylko niewystarczającą liczbą zamówionych produktów, ale także potencjalnym zepsuciem zapasów, które może być zmienne w czasie [8].

Na podstawie literatury [9], [10], [11] zidentyfikowano następujące braki w badaniach naukowych w obszarze sterowania systemami magazynowymi w szczególności systemami zamówień z produktami nietrwałymi, które obejmują:

- A) badanie wpływu opóźnień zamówień na funkcjonowanie odpornego układu sterowania m.in. w przypadku stosowania pełnego sprzężenia od stanu obiektu [12],
- B) analizę układów sterowania systemami magazynowymi, które uwzględniają dni przestoju obiektów logistycznych (ang. closing days), np. z powodu świąt, wakacji itp. Zgodnie z dostępnymi źródłami, praca [13] jako jedyna jawnie przedstawia nowe ograniczenie w modelu systemu magazynowego jakim są dni zamknięcia (ang. closing days constraints). Jednakże praca ta zakłada ustalony z góry okres ważności towarów. W pracy nie uwzględniono losowego charakteru psucia się produktów takich jak np. owoce, warzywa, co z punktu widzenia rzeczywistych systemów magazynowych jest problemem równie istotnym i może znacznie wpłynąć na dobór struktury oraz parametrów układu sterowania,
- C) opracowanie funkcji psucia się produktów, która będzie lepiej odzwierciedlała zjawiska występujące w rzeczywistych warunkach, np. psucie się owoców [14]. W wielu artykułach naukowych zakłada się, że ilość produktów psujących się jest proporcjonalna do zgromadzonych zapasów w [15],[16], co stanowi bardzo duże uproszczenie.
- D) opracowanie układów sterowania systemem automatycznych zamówień dla magazynu z produktami psującymi się z uwzględnieniem niepewności dostaw. Do sterowania systemem automatycznych zamówień w magazynach z obszaru automatyki wykorzystywane były takie regulatory jak m.in. regulator proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID) oraz proporcjonalny (P) [17], sterowanie ślizgowe, sterowanie liniowo-kwadratowe [18]. Obecnie w obszarze automatyki popularnie rozwijanymi metodami są sieci neuronowe, które znajdują zastosowanie w sterowaniu obiektami nieliniowymi. W najnowszych badaniach naukowych do problemu sterowania systemami automatycznych zamówień wykorzystuje się podejścia: neuronowo-rozmyte, czyli wykorzystujące logikę rozmytą oraz sieci neuronowe [19]. W pracy [20] wskazano nowy kierunek badań, który dotyczy fuzji metod takich jak sieci neuronowe, algorytmy ewolucyjne czy systemy rozmyte w zastosowaniu do różnych problemów inżynierskich. Stało się to również inspiracją do podjęcia tematyki badawczej zakładającej połączenie sieci neuronowych oraz algorytmów ewolucyjnych w zastosowaniu do sterowania systemem zarządzania zamówieniami. W szczególności w pracy [21] pokreślono potrzebę badań w zakresie wykorzystania algorytmów optymalizacji do zadania doboru parametrów sieci neuronowej.

W związku z powyższym, podjęta tematyka badawcza odpowiada potrzebom nowoczesnych systemów logistycznych, zmierzających ku automatyzacji związanej z globalizacją, rosnącą różnorodnością produktów oraz potrzebą zachowania konkurencyjności na rynku. W ramach pracy doktorskiej zakłada się wykorzystanie metod teorii sterowania i sztucznej inteligencji (m.in. sieci neuronowych) oraz algorytmów ewolucyjnych, które pozwolą na sterowanie nieliniowym, dynamicznym systemem magazynowym w zakresie dystrybucji produktów o różnej trwałości.

ROZDZIAŁ 2

Publikacje naukowe

2.1. Cykl publikacji wchodzących w skład rozprawy

W skład niniejszej rozprawy doktorskiej wchodzi 12 tematycznie powiązanych artykułów (po tytule artykułu podano punktacje w roku publikacji):

- A1. Chołodowicz, E., Orłowski, P.: Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem. *Logistyka*, Tom: 4, Strony: 28-32, 2015, ISSN: 1231-5478, **(MNiSW = 10 pkt.)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

- A2. Chołodowicz, E., Orłowski, P.: Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha. *Pomiary Automatyka Robotyka*, Tom: 19, Zeszyt: 3, Strony: 55-60, 2015, ISSN: 1427-9126, **(MNiSW = 8 pkt.)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

- A3. Chołodowicz, E., Orłowski, P.: A periodic inventory control system with adaptive reference stock level for long supply delay. *Measurement Automation Monitoring*, Tom: 61, Zeszyt: 12, Strony: 568-572, 2015, ISSN 2450-2855, **(MNiSW = 8 pkt.)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i

udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

- A4. Chołodowicz E., Orłowski P.: Comparison of a perpetual and PD inventory control system with Smith predictor and different shipping delays using bicriterial optimization and SPEA2, *Pomiary Automatyka Robotyka*, Tom: 20, Zeszyt: 3, Strony: 5-12, 2016, ISSN: 1427-9126, **(MNiSW = 8 pkt.)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

- A5. Chołodowicz E., Orłowski P.: Porównanie systemów sterowania zapasami ze zmiennym opóźnieniem dostaw i zaburzonym zapotrzebowaniem: cyklicznego oraz z regulatorem PD i predyktorem Smitha, *Przedsiębiorczość i Zarządzanie*, Tom: XVII, Zeszyt: 12, Strony: 67-90, 2016, ISSN: 1733-2486, **(MNiSW = 14 pkt.)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

- A6. Chołodowicz E., Orłowski P.: Comparison of SPEA2 and NSGA-II Applied to Automatic Inventory Control System Using Hypervolume Indicator, *Studies in Informatics and Control*, Tom: 26, Zeszyt: 1, Strony: 67-74, 2017, ISSN 1220-1766 (Print), ISSN 1841-429X, (Online), <https://doi.org/10.24846/v26i1y201708>, **(MNiSW = 15 pkt., IF = 1.02)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

- A7. Chołodowicz E., Orłowski P.: Impact of Control System Structure and Performance of Inventory Goods Flow System with Long-Variable Delay, *Elektronika i Elektrotechnika*, Tom: 24, Zeszyt: 1, Strony: 11-16, 2018, ISSN: 1392-1215, <https://doi.org/10.5755/j01.eie.24.1.14244>, **(MNiSW = 15 pkt., IF = 0.684)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

A8. Chołodowicz E., Orłowski P.: Development of new hybrid discrete-time perishable inventory model based on Weibull distribution with time-varying demand using system dynamics approach, *Computers & Industrial Engineering*, Volume 154, 2021, 107151, ISSN 0360-8352, <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107151>, **(MNiSW = 140 pkt., IF = 7.9)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

A9. Chołodowicz E., Orłowski P.: Control of perishable inventory system with uncertain perishability process using neural networks and robust multicriteria optimization. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 70, No. 3, 2022, DOI:10.24425/bpasts.2022.141182, **(MNiSW = 100 pkt., IF = 1.2)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

A10. Chołodowicz, E., Orłowski, P.: Robust Control of Perishable Inventory with Uncertain Lead Time Using Neural Networks and Genetic Algorithm. In: Groen, D., de Mulatier, C., Paszynski, M., Krzhizhanovskaya, V.V., Dongarra, J.J., Sloot, P.M.A. (eds) *Computational Science - ICCS 2022*. ICCS 2022. Lecture Notes in Computer Science, vol 13350. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-08751-6_4, **(MNiSW = 140 pkt.)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

A11. Chołodowicz E., Orłowski P.: Switching robust neural network control of perishable inventory with fixed shelf life products under time-varying uncertain demand, *Journal of Computational Science*, 2023, 102035, ISSN 1877-7503, <https://doi.org/10.1016/j.jocs.2023.102035>, **(MNiSW = 100 pkt., IF = 3.3)**.

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

A12. Chołodowicz E, Orłowski P.: Neural Network Control of Perishable Inventory with Fixed Shelf Life Products and Fuzzy Order Refinement under Time-

Varying Uncertain Demand. *Energies*. 2024; 17(4): 849, ISSN 1996-1073, <https://doi.org/10.3390/en17040849>, (MNiSW = 140 pkt., IF = 3.2).

Indywidualny wkład Autorki rozprawy obejmuje: udział w opracowaniu koncepcji, implementacji, przeprowadzeniu badań symulacyjnych, analizie wyników, sformułowaniu wniosków, przygotowanie manuskryptu artykułu i udział w opracowaniu odpowiedzi na recenzje. Szacowany udział wynosi 50%.

2.2. Pozostałe publikacje naukowe

- B1. Chołodowicz E., Orłowski P.: Low-cost air levitation laboratory stand using Matlab/Simulink and Arduino, *Pomiary Automatyka Robotyka*, Tom: 21, Zeszyt: 4, Strony: 33-39, 2017, ISSN: 1427-9126, DOI: 10.14313/PAR_226/33, (MNiSW = 8 pkt.).
- B2. Chołodowicz, E., Figurowski, D.: Mobile robot path planning with obstacle avoidance using particle swarm optimization. *Pomiary Automatyka Robotyka*, Tom: 21, Zeszyt: 3, Strony: 59-68, 2017, ISSN: 1427-9126, DOI: 10.14313/PAR_225/59, (MNiSW = 8 pkt.).
- B3. Chołodowicz E., Orłowski P.: Minimax optimization of a fractional-order controller for the Furuta pendulum uncertain system with an output disturbance, 2020 16th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), 2020, Strony: 910-916, <https://doi.org/10.1109/ICARCV50220.2020.9305343>, (MNiSW = 140 pkt.).
- B4. Chołodowicz E., Orłowski P.: Furuta Pendulum Real-Time System with Brushless Dc Motor and Cascade Hybrid Control. 2020 16th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), 2020, Strony: 1123-1130, <https://doi.org/10.1109/ICARCV50220.2020.9305463>, (MNiSW = 140 pkt.).
- B5. Cholodowicz, E., Lisiecki, P., Lech, P.: Hybrid algorithm for the detection and recognition of railway signs. In *Progress in Computer Recognition Systems 11*, Strony: 337-347, 2020, Springer International Publishing, https://doi.org/10.1007/978-3-030-19738-4_34, (MNiSW = 15 pkt.).
- B6. Cholodowicz, E., Orłowski, P.: Optimization of a fractional order controller for the Furuta pendulum with an output disturbance using a genetic algorithm, 2022 17th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), 2022, pp. 373-379, <https://doi.org/10.1109/ICARCV57592.2022.10004289>, (MNiSW = 140 pkt.).

ROZDZIAŁ 3

Omówienie cyklu publikacji naukowych wchodzących w skład rozprawy doktorskiej

W skład przedstawionego cyklu publikacji wchodzi 12 artykułów opublikowanych w czasopismach naukowych oraz materiałach międzynarodowych konferencji. Podjęto się następujących zagadnień: modelowania systemu magazynowego, sterowania dystrybucją produktów oraz optymalizacji tego procesu w obliczu zmienności i niepewności warunków operacyjnych. W ramach weryfikacji przeprowadzono analizy porównawcze zaproponowanych rozwiązań z istniejącymi gdzie wykorzystywano również dane pochodzące z rzeczywistych systemów dystrybucji.

W ramach modelowania systemu magazynowego stworzono dwa modele. Pierwszy model to liniowy, dyskretny, dynamiczny model matematyczny systemu magazynowego z produktami trwałymi uwzględniający niestacjonarność opóźnień związanych z wykorzystywanymi środkami transportu [A1]. Z kolei, drugi model powstał, aby odpowiedzieć na problem zarządzania produktami nietrwałymi [A8]. W porównaniu do pierwszego modelu, model ten uwzględnia m.in. polityki FIFO (ang. First-In-First-Out) oraz LIFO (ang. Last-In-First-Out).

W kontekście sterowania i optymalizacji systemów dystrybucji skoncentrowano się na projektowaniu układów zdolnych do radzenia sobie z długotrwałymi, zmiennymi opóźnieniami oraz zmiennym popytem [A2, A3]. W celu weryfikacji opracowanych metod, przeprowadzono analizy porównawcze dotyczące układów sterowania [A4, A5, A7] oraz zastosowanych algorytmów optymalizacji wielokryterialnej [A6]. Następnie skupiono się na opracowaniu układów sterowania dedykowanych do dystrybucji produktów nietrwałych, uwzględniających niepewności

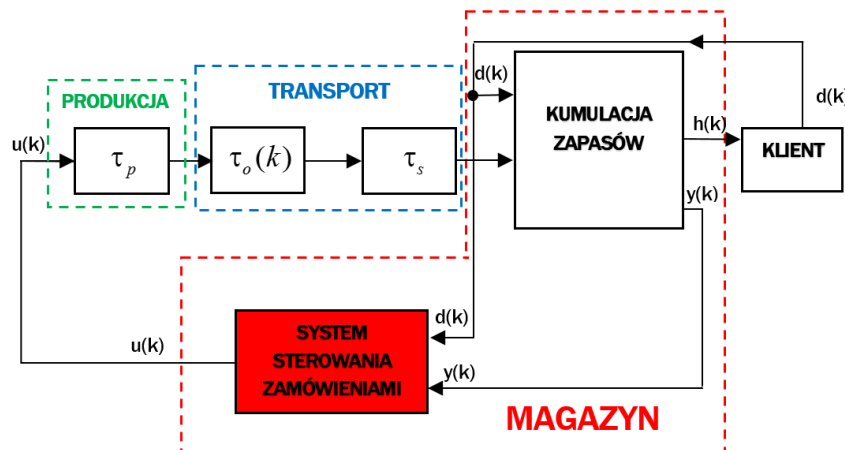
związane z procesem psucia, opóźnieniami dostaw i zmiennością popytu [A9, A10, A11, A12].

3.1. Modelowanie systemu magazynowego

Dotychczasowe badania nad systemami logistycznymi koncentrowały się na modelach zarządzania dystrybucją, które okazują się niewystarczające w obliczu wyzwań stawianych przez nowoczesne systemy dystrybucji. Współczesne systemy dystrybucyjne charakteryzują się złożonością i dynamicznością, co sprawia, że tradycyjne, uproszczone modele zarządzania nie są już adekwatne, prowadząc do obniżenia jakości świadczonych usług oraz zwiększenia kosztów operacyjnych. Dynamiczna złożoność nieliniowych modeli matematycznych, które opisują systemy magazynowe, znacząco ułatwia ich formalne badanie, lecz jednocześnie uniemożliwia znalezienie rozwiązania w sposób analityczny. W związku z tym, pojawia się konieczność symulacji takich systemów, uprzednio opisując procesy w nich zachodzące za pomocą technik modelowania matematycznego. Dzięki temu możliwe jest testowanie offline technik sterowania zapasami, co w konsekwencji może prowadzić do wyznaczenia optymalnych rozwiązań. Stąd jednym z celów niniejszej pracy jest modelowanie systemu magazynowego, z uwzględnieniem jego specyfiki i potrzeb.

3.1.1. Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem

W pracy rozpoczynającej cykl publikacji [A1] opracowano dyskretny dynamiczny model matematyczny systemu magazynowego uwzględniający niestacjonarność występujących w systemie opóźnień związanych ze środkami transportu i procesem produkcyjnym. Na Rysunku 1 przedstawiono schemat blokowy modelowanego systemu magazynowego.



Rysunek 1. Schemat blokowy systemu magazynowego [A2].

Kompletny dyskretny dynamiczny model można zapisać w następujący sposób:

$$\begin{aligned}x(k) &= q(k-1)x(k-1) + u(k - \tau_p) \\y(k) &= y(k-1) + (1 - q(k - \tau_s))x(k - \tau_s) - h(k)\end{aligned}\tag{1}$$

Przy założeniu, że znane są opóźnienia produkcyjne i transportowe, kolejno τ_p , τ_s , oraz funkcja $q(k)$ dla $k \in \mathcal{N}$ będąca tzw. współczynnikiem wysyłki w chwili k , powyższy model jest liniowym, niestacjonarnym, dyskretnym modelem układu dynamicznego. Funkcja popytu jest modelowana jako pewna, nieznana z góry ograniczona funkcja czasu:

$$0 \leq d(k) \leq d_{\max}\tag{2}$$

Gdzie d_{\max} oznacza maksymalną liczbę produktów, która może być sprzedana w jednostce czasu.

Wartości sygnału $d(k)$ mogą zmieniać się w czasie zgodnie z popytem na rynku. Sprzedane towary, które zostały wysłane z magazynu oznaczono jako $h(k)$ zaś wielkość zapasów magazynowych to $y(k)$. Z kolei, $u(k)$ to ilość zamówionego zapasu uzupełniającego, zaś $x(k)$ to liczba produktów oczekujących na wysyłkę. Poprawność stworzonego modelu została zweryfikowana z wykorzystaniem symulacji komputerowych w środowisku Matlab/Simulink w warunkach skokowej, liniowo narastającej lub malejącej zmiany popytu. Model może zostać wykorzystany do syntezy oraz optymalizacji układu sterowania systemem dystrybucji produktów, w którym występują zmienne opóźnienia.

3.1.2. Hybrydowy model systemu magazynowego z produktami nietrwałymi

W ramach rozszerzenia opisu matematycznego systemu o produkty nietrwałe opracowano drugi model, zaprezentowany w pracy [A2]. Stworzono hybrydowy model systemu dystrybucji dla produktów nietrwałych (innymi słowy – psujących się), których proces psucia może być opisany rozkładem Weibulla. Możliwe jest również uwzględnienie dni zamknięcia (dni wolnych od pracy – np. weekendów, świąt) oraz implementacja polityk wydawania produktów: FIFO oraz LIFO. W celu wykazania poprawności modelu przeprowadzono analizę działania modelu

z wykorzystaniem przykładowego scenariusza zapotrzebowania – oddzielnie dla dwóch rozpatrywanych polityk. W końcowym kroku, dokonano weryfikacji działania modelu z wykorzystaniem danych rzeczywistych udostępnionych w badaniach [14] dotyczących procesów mikrobiologicznego psucia się dwóch rodzajów owoców przechowywanych w różnych temperaturach. Weryfikacja polegała na zadaniu identyfikacji parametrów modelu w celu dopasowania modelu do danych eksperymentalnych.

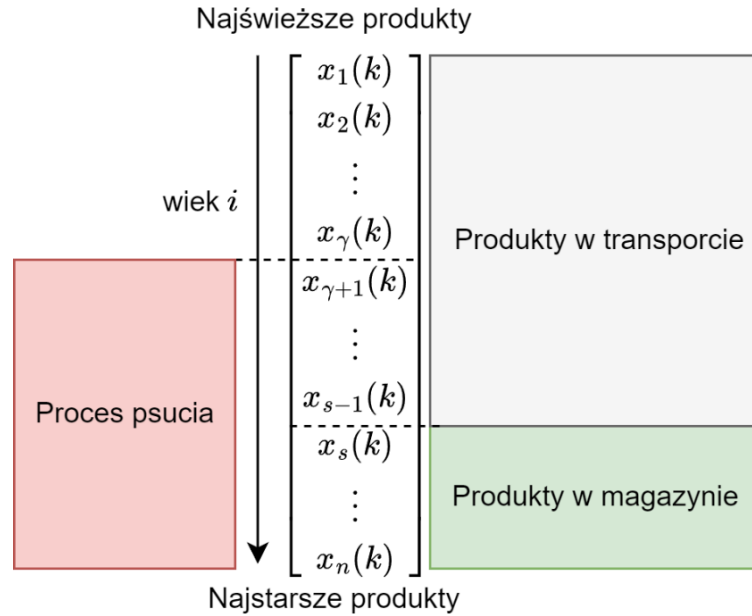
Podstawowe założenia leżące u fundamentu skonstruowanego modelu:

1. Maksymalny okres ważności, oznaczony jako n , jest ustalony i znany a priori. W ciągu tego okresu, część produktów ulega degradacji zgodnie z rozkładem Weibulla. Po upływie n dni wszystkie produkty z tej samej partii uznaje się za przeterminowane, co przekształca je w odpady niezdatne do sprzedaży. Nie dokonuje się zastępowania utraconych jednostek produktów.
2. Część nowej partii produktów wprowadzanych do magazynu może ulec zepsuciu podczas transportu.
3. Popyt jest funkcją zmienną w czasie.
4. Przerwy są dopuszczalne, jednak nie realizuje się zaległego zapotrzebowania w następujących okresach.
5. W magazynie znajduje się jeden rodzaj produktu.

Przechodząc do równań stanu modelu, można je sformułować następująco:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = (1-w_1)u(k) \\ x_2(k+1) = (1-w_2)(x_1(k) - h_1(k)) \\ \vdots \\ x_n(k+1) = (1-w_n)(x_{n-1}(k) - h_{n-1}(k)) \end{cases} \quad (3)$$

Zmienna stanu $x_i(k)$ przechowuje informacje dotyczące liczby produktów mających określony wiek i . Ilość zamówienia $u(k)$ oraz ilość sprzedanych produktów $h(k)$ to nieujemna, rzeczywista liczba. Interpretacja wektora stanu $\mathbf{x}(k)$ jest zaprezentowana na Rysunku 2.



Rysunek 2. Interpretacja wektora stanu $\mathbf{x}(k)$.

Źródło: Opracowanie własne.

Wektor stanu reprezentuje liczbę produktów w wieku i dla danej chwili k gdzie i oznacza pozycje w wektorze stanu – im większe i , tym produkt jest starszy. Początek psucia jest definiowany przez parametr położenia γ , który jest jednym z parametrów rozkładu Weibulla. Jeżeli $\gamma < s$, gdzie s to czas realizacji zamówienia uzupełniającego do magazynu, to proces psucia rozpoczyna się jeszcze przed dostarczeniem produktu do magazynu, w przeciwnym przypadku może rozpocząć się w momencie dotarcia do magazynu lub później. Zakładając, że tempo pogorszenia się zapasów podąża za rozkładem Weibulla, jego skumulowana funkcja rozkładu jest dana następującym wyrażeniem:

$$F_p = F(p, \gamma, \lambda, \beta) = \begin{cases} 0 & p \in \langle 1, \gamma \rangle \\ 1 - e^{-\left(\frac{p-\gamma}{\lambda}\right)^\beta} & p \in (\gamma, n) \end{cases} \quad (4)$$

Gdzie: $\beta > 0$ jest parametrem kształtu, $\lambda > 0$ jest parametrem skali, $\gamma > 0$ jest parametrem położenia definiującym początek procesu psucia. Z kolei p jest zmienną definiującą okres psucia się. Współczynniki nietrwałości produktów $w_i \in [0,1]$ w wieku i są określone przez funkcję rozkładu Weibulla:

$$w_i = \begin{cases} F_1 & i = 1 \\ \frac{F_i - F_{i-1}}{1 - F_i} & i = 2, 3, \dots, n \\ 1 & i = n + 1 \end{cases} \quad (5)$$

W Tabelach 1-2 zaprezentowano wynik symulacji modelu na przykładzie zastosowania kolejek FIFO i LIFO. Popyt w wybranym horyzoncie symulacji wynosi 6 jednostek produktów. Zakłada się, że wielkość zamówienia $u(k)$ to 1,5 jednostki, czas realizacji dostawy do magazynu wynosi $s = 2$ oraz maksymalny czas przydatności produktów jest równy $n = 5$. Współczynniki rozkładu Weibulla przyjmują następujące wartości: $\beta = 1,5$, $\lambda = 1$, $\gamma = s$.

Tabela 1. Wyniki symulacji opracowanego modelu z wdrożeniem polityki wydawania FIFO [A8].

i	$x_i(k)$	$d_i(k)$	$h_i(k)$	$w_i(k)$	$z_i(k)$	$x_i(k+1)$
1	5	0	0	0	0	1,5
2	4	0	0	0,63	2,53	5
3	3	0	3	0,84	0	1,47
4	2	0	2	0,91	0	0
5	1	6	1	1	0	0

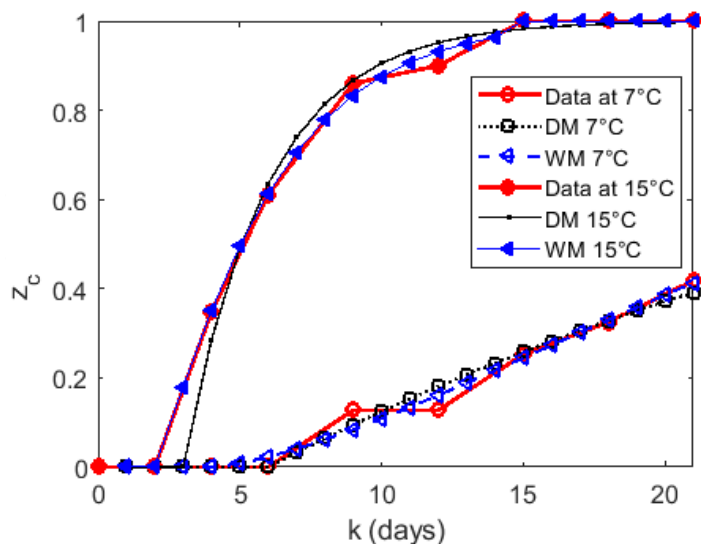
Tabela 2 ilustruje implementację polityki FIFO, gdzie produkty o najkrótszym okresie przydatności do spożycia (największe wartości i) są priorytetyzowane do sprzedaży jako pierwsze, co zobrazowano w trzeciej kolumnie $h_i(k)$. Analiza uwzględnia założone zmienne stanu, wskazując, że pięć najnowszych jednostek znajduje się aktualnie w transporcie do magazynu $x_1(k)=5$. W okresie dostawy zapotrzebowanie wynosi zero $d_1(k)=0$. Stan magazynowy w wektorze stanu $\mathbf{x}(k)$ stanowią wiersze $i=2,3,4,5$, który obejmuje 4 jednostki o wieku 2 dni, 3 jednostki o wieku 3 dni, 2 jednostki o wieku 4 dni oraz najstarszą jednostkę w wieku 5 dni. Sprzedane jednostki reprezentowane są przez $h_i(k)$, co odpowiada 6 jednostkom najstarszych produktów. W konsekwencji, w następnym dniu, około 1,47 (4-2,53) z 4 jednostek dwudniowych pozostaje w magazynie, gdyż pozostała część uległa zepsuciu, co przedstawia wartość zmiennej $z_2(k)$, zgodnie z przyjętymi wartościami współczynników dla rozkładu Weibulla w_i . Dodatkowo, do magazynu dostarczono 5 jednostek, a kolejne zamówienie 1,5 jednostki jest w trakcie dostawy. Wyniki symulacji modelu z zaimplementowaną polityką LIFO przedstawiono w Tabeli 2.

Tabela 2. Wyniki symulacji opracowanego modelu z wdrożeniem polityki wydawania LIFO [A8].

i	$x_i(k)$	$d_i(k)$	$h_i(k)$	$w_i(k)$	$z_i(k)$	$x_i(k+1)$
1	5	0	0	0	0	1,5
2	4	6	4	0,63	0	5
3	3	0	2	0,84	0,84	0
4	2	0	0	0,91	1,81	0,16
5	1	0	0	1	1	0,19

W analizowanym przypadku, stosując zasadę LIFO w przeciwieństwie do FIFO, najpierw sprzedaje się produkty najnowsze, które znajdują się na stanie magazynowym, tj. $i > 1$. W konkretnym scenariuszu, sprzedano cztery jednostki produktu, które stanowiły najświeższy dostępny zapas. Dwie pozostałe jednostki, potrzebne do zaspokojenia zapotrzebowania klienta na łącznie sześć produktów, zostały pobrane ze starszych zapasów. W rezultacie, w magazynie pozostają 3 jednostki produktu, z których w kolejnym cyklu 2,65 jednostek ulega procesowi psucia, a w magazynie zostaje zaledwie 0,35 jednostek (0,16+0,19). Można obserwować, że stosowanie zasady LIFO skutkuje zwiększonym ryzykiem psucia się produktów, gdyż najstarsze jednostki pozostają w magazynie na dłużej, będąc sprzedawanymi jako ostatnie.

W kolejnym etapie przeprowadzono dopasowanie modelu do rzeczywistych danych uzyskanych z badań nad świeżo pokrojonymi melonami przechowywanymi w temperaturze 7°C i 15°C. Otrzymane wyniki porównano z klasycznym modelem psucia się produktów zaprezentowanym w pracy [22]. Na Rysunku 3 przedstawiono uzyskane wyniki, które pokazują, że proponowany model (oznaczony jako WM – ang. Weibull deterioration model) lepiej dopasowuje się do rzeczywistych danych niż model powszechnie używany w literaturze – oznaczony jako DM (ang. Deterioration rate of stock model). Znacząca poprawa w modelowaniu jest zauważalna szczególnie przy wyższych temperaturach (15°C).



Rysunek 3. Znormalizowana ilość zepsutych produktów z_c podczas eksperymentu oraz odpowiedzi modeli dla produktów przechowywanych w temperaturze 7°C i 15°C [A8].

Rysunek 3 ilustruje, że obserwowane wyniki są zbliżone dla obu analizowanych modeli w przypadku produktów przechowywanych w temperaturze 7°C. Niemniej jednak, model WM wykazuje wyższą precyzję dopasowania do danych eksperymentalnych w temperaturze 15°C w porównaniu z modelem DM. Dodatkowo, zgodnie z modelem WM i danymi dla temperatury 15°C, pełne zepsucie całej partii zamówionych produktów następuje w identycznym momencie czasowym, $k = 14$. Natomiast, dla modelu DM, próbki są klasyfikowane jako zepsute dopiero po upływie 21 dni.

Jedną z ważnych zalet opracowanego modelu jest to, że umożliwia uwzględnienie szerokiego zakresu właściwości systemów magazynowych, takich jak procesy psucia się towarów podczas transportu, dni zamknięcia, opóźnienia w dostawach, losową i stałą trwałość produktów, polityki wydawania FIFO, LIFO. Co więcej, struktura modelu może być łatwo dostosowana do celów prognozowania, optymalizacji oraz sterowania.

3.2. Sterowanie procesem dystrybucji produktów trwałych

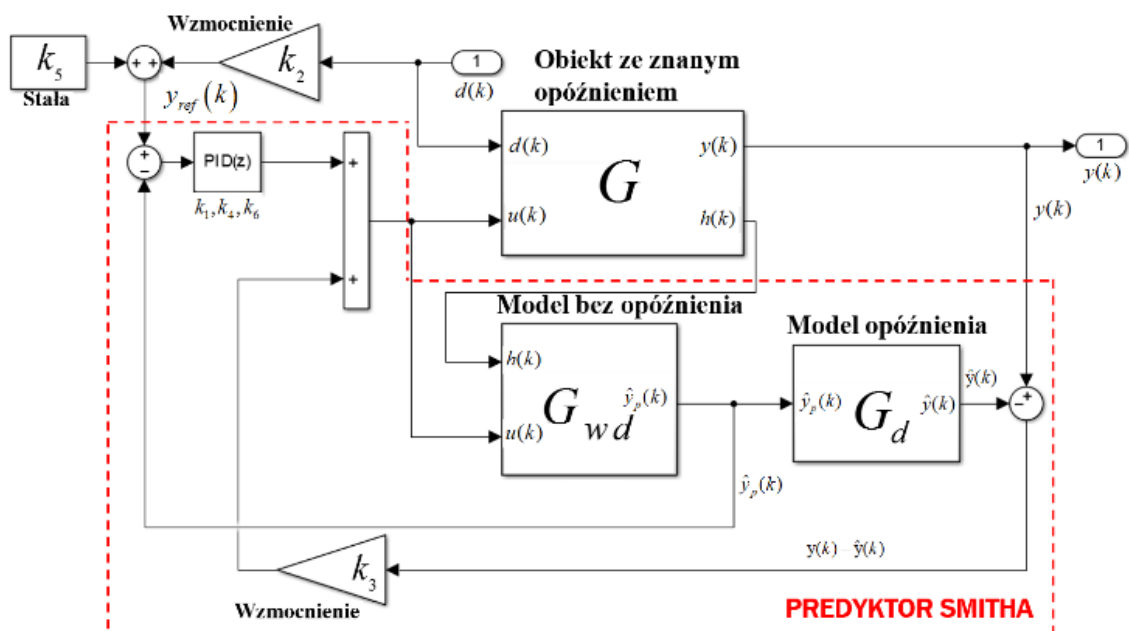
W odpowiedzi na problemy związane z zarządzaniem procesem dystrybucji w warunkach długich opóźnień i zmian zapotrzebowania, kolejne etapy badań skoncentrowały się na systemach sterowania przedstawionych w publikacjach [A2, A3]. Do badań symulacyjnych przyjęto model opracowany w [A1]. W pracy [A2]

zaproponowano układ sterowania dla systemu magazynowego polegający na adaptacji predyktora Smitha dla układu niestacjonarnego z ograniczeniami sygnałów oraz z optymalizacją parametrów układu z wykorzystaniem algorytmu genetycznego. Dążąc do ulepszenia klasycznych metod zarządzania zapasami, w publikacji [A2] przedstawiono modyfikacje metody cyklu zamawiania [23], które zapewniają wyższą efektywność w kontekście zmiennego zapotrzebowania i długich opóźnień.

3.2.1. Sterowanie procesem dystrybucji produktów trwałych z wykorzystaniem predyktora Smitha

Warto podkreślić, że w klasycznym układzie sterowania, zaprojektowanym bez uwzględnienia opóźnień, ich późniejsze występowanie może negatywnie wpływać na jakość procesu sterowania. W odpowiedzi na wyzwania związane ze znaczącymi opóźnieniami transportowymi, zastosowano specjalne rozwiązania takie jak predyktor Smitha. Jest to rodzaj regulatora predykcyjnego, szczególnie efektywny w systemach charakteryzujących się długimi i nieuniknionymi opóźnieniami.

Głównym osiągnięciem pracy [A2] jest opracowanie struktury klasycznego układu sterowania, wzbogaconej o zmodyfikowany predyktor Smitha. Zaproponowana struktura układu sterowania systemem dystrybucji produktów jest przedstawiona na Rysunku 4.



Rysunek 4. Schemat blokowy układu sterowania dla systemu magazynowego ze zmodyfikowanym predyktorem Smitha [A2].

W oparciu o koncepcje sterowania dla układów z opóźnieniami z wykorzystaniem zmodyfikowanego predyktora Smitha przyjęto, że przybliżony model układu bez opóźnień dany jest w następującej postaci:

$$\hat{y}_p(k) = \hat{y}_p(k-1) + u(k-1) - h(k) \quad (6)$$

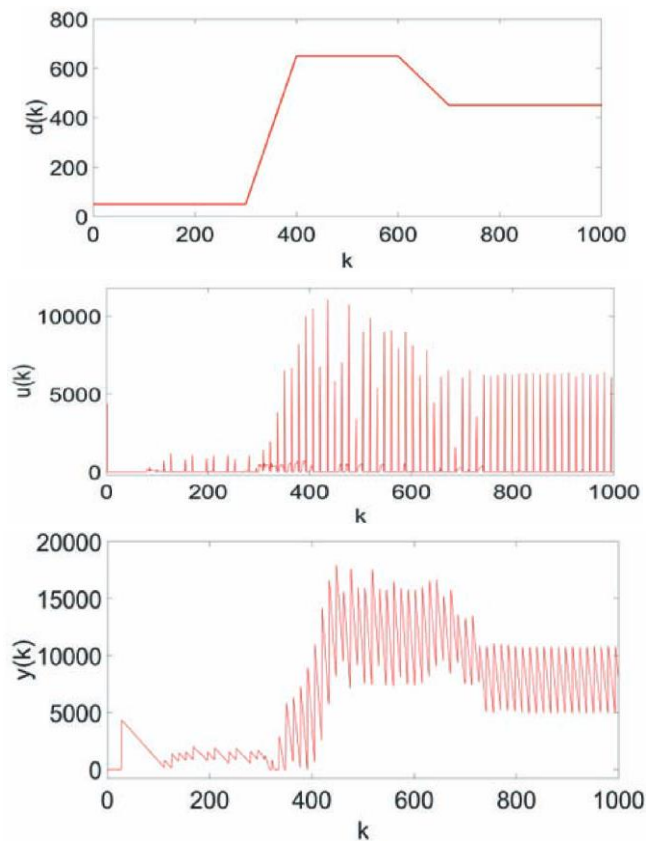
zaś model opóźnienia zmiennego w czasie można zapisać następująco:

$$\hat{x}(k) = q(k-1)\hat{x}(k-1) + \hat{y}_p(k - \tau_p + 1) \quad (7)$$

$$\hat{y}(k) = (1 - q(k - \tau_s))\hat{x}(k - \tau_s) \quad (8)$$

W obliczu wystąpienia opóźnienia dla wejścia $u(k)$ oraz jego braku dla wejścia $d(k)$, tradycyjne przekształcenie modelu systemu magazynowego z opóźnieniem do kaskadowego połączenia modelu bez opóźnienia i modelu opóźnienia nie jest możliwe do zastosowania w sposób charakterystyczny dla klasycznej struktury predyktora Smitha przeznaczonego dla układów jednowejściowych i jednowyjściowych. W zaproponowanym rozwiązaniu zaimplementowano zmodyfikowaną konfigurację układu sterowania dla systemów z długimi opóźnieniami, korzystając z koncepcji predyktora Smitha w połączeniu z przybliżonym modelem obiektu bez opóźnień dla systemu z dwoma wejściami i jednym wyjściem, gdzie opóźnienie występuje tylko na wejściu $u(k)$. Z uwagi na uproszczony charakter modelu bez opóźnień w zaproponowanej konfiguracji, sygnał $\hat{y}(k)$ nie odzwierciedla z precyzją sygnału wyjściowego $y(k)$ z obiektu regulacji w pełnym horyzoncie czasowym. W odpowiedzi na to ograniczenie, opracowano zmodyfikowaną strukturę układu regulacji. Struktura ta została wzbogacona o dodatkowe wzmocnienie k_3 , które nie jest obecne w klasycznych systemach sterowania wykorzystujących predyktor Smitha.

W ramach weryfikacji funkcjonalności zaprojektowanego układu sterowania przeprowadzono badania symulacyjne. W symulacji przyjęto, że model dynamiczny charakteryzuje się niestacjonarnością oraz znacznymi opóźnieniami, zarówno stałymi, jak i zmiennymi. Zadaniem optymalizacji była minimalizacja ważonej funkcji celu zawierającej dwie składowe: koszt utraconych szans sprzedaży (innymi słowy przestojów) oraz koszt zajmowanej powierzchni magazynowej. Dodatkowo, w symulacjach uwzględniono zmienną w czasie dynamikę zapotrzebowania na rynku, reprezentowaną przez funkcję $d(k)$, którą przedstawiono na Rysunku 5 wraz z wypracowanym przez regulator sygnałem zamówień $u(k)$ oraz stanów magazynowych $y(k)$ dla całego horyzontu symulacji.



Rysunek 5. Funkcja zapotrzebowania rynkowego $d(k)$, przebieg zamówień $u(k)$ oraz stan zapasów magazynowych $y(k)$ [A2].

Na przebiegu $y(k)$ widać, że maksima lokalne występują w chwili dostarczenia zamówienia do magazynu. Ze względu na znaczne opóźnienie transportowe występujące w systemie (14 dni), utrzymywane są wysokie stany magazynowe. Obserwuje się, że sygnał zamówień $u(k)$ odzwierciedla profil sygnału zapotrzebowania.

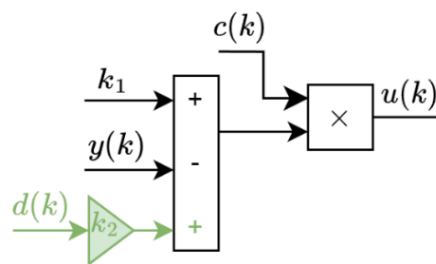
Na podstawie przeprowadzonych badań empirycznych z zastosowaniem dynamicznego, dyskretnego modelu magazynu z niestacjonarnymi opóźnieniami, wykazano, że wartość zapasów magazynowych $y(k)$ nadąża w sposób w przybliżeniu liniowy za popytem $d(k)$, co zapewnia ciągłość procesu dystrybucji oraz minimalizację zajmowanej powierzchni magazynowej.

3.2.2. Metoda cyklu zamawiania z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów dla układów z długimi opóźnieniami dostaw

W pracy [A3] opracowano modyfikacje algorytmu sterowania zapasami zwanego metodą cyklu zamawiania (ang. Re-Order Cycle, w skrócie ROC) poprawiającą jakość sterowania systemem magazynowym z dużymi opóźnieniami i zmiennym popytem. Modyfikacja polega na dodaniu właściwości adaptacyjnych,

które pozwalają na dostosowanie maksymalnego poziomu zapasów do zapotrzebowania oraz co za tym idzie – na poprawę jakości sterowania. Ponadto, przedmiotem analizy był wpływ sterowania na efekt tzw. „byczego bicza”. Efekt byczego bicza polega na tym, że niewielkie zmiany popytu, powodują coraz większe fluktuacje w zamówieniach na wyższych poziomach łańcucha dostaw [24]. Istotne jest podejmowanie działań zmniejszających ten efekt, gdyż prowadzi on do niestabilności operacyjnej, która przejawia się m.in. w postaci utrzymywania zwiększonych zapasów, spadku poziomu obsługi klientów oraz nieefektywnego wykorzystania zasobów [25].

Metoda cyklu zamawiania, w której co dany okres $c(k)$ generowane jest zamówienie uzupełniające $u(k)$ do określonego poziomu maksymalnego zapasów [23], przedstawiona jest na Rysunku 6 wraz z zaproponowaną modyfikacją. Układ został określony jako: metoda cyklu zamawiania z maksymalnym poziomem zapasów (PIS-AMIL – ang. periodic inventory system with adaptive maximal inventory level).



Rysunek 6. Schemat blokowy układu sterowania dla metody cyklu zamawiania z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów [A3].

Zastosowanie układu sterowania z niezmiennym maksymalnym poziomem zapasów jest właściwe w przypadkach, gdzie popyt pozostaje stały lub nie ulega znaczącym zmianom w czasie. Dlatego też, w przypadku zmiennego popytu, układ ten można zmodyfikować dodając do niego właściwości adaptacyjne. W zaproponowanym układzie sterowania PIS-AMIL, wprowadzono współczynnik k_2 w celu umożliwienia adaptacji w zależności od popytu rynkowego $d(k)$. Oba współczynniki k_1 oraz k_2 tworzą afiniczną funkcję maksymalnego poziomu zapasów w zależności od popytu rynkowego, gdzie aktualny stan zapasów oznaczony jest jako $y(k)$. W Tabeli 3 zestawiono otrzymane w procesie optymalizacji wartości funkcji celu oraz parametrów układów z klasyczną metodą cyklu zamawiania (CPIS – ang. periodic inventory system) oraz PIS-AMIL dla różnych wartości wagi w_1 kosztu przestojów j_1 . Z kolei, waga w_2 odpowiada za udział kosztu zajmowanej przestrzeni magazynowej j_2 w funkcji celu j .

Tabela 3. Wartości parametrów układów CPIS oraz PIS-AMIL otrzymane w procesie optymalizacji wraz z wartościami funkcji celu j dla różnych wartości wagi w_1 kosztu przestojów [A3].

w_1	CPIS		PIS-AMIL		
	k_1 [$\times 10^4$]	j [$\times 10^3$]	k_1	k_2	j [$\times 10^3$]
40	1,21	8,77	1,06e-4	27,3	3,28
60	1,24	9,79	44,6	27,5	3,61
80	1,28	10,7	40,2	27,5	3,91
110	1,44	11,9	32,4	27,7	4,34
150	1,47	13,0	44,0	27,6	4,93
200	1,47	14,2	439	31,4	6,13
280	1,71	15,1	31,7	27,7	6,78
380	1,98	16,0	395	36,9	7,66
530	1,98	16,3	374	36,9	8,24
730	2,09	16,5	392	36,9	8,99
1000	2,09	16,5	413	36,9	9,99

Obserwuje się przewagę rozwiązań PIS-AMIL nad CPIS – średnia poprawa wynosi 56% dla rozpatrywanych scenariuszy wag oraz popytu. Wskazuje to na redukcję incydentów związanych z niedoborami oraz nadmiarem zapasów w stosunku do klasycznej metody cyklu zamawiania. Co więcej, układ CPIS osiąga najwyższą wartość wskaźnika efektu „byczego bicza” biorąc pod uwagę cały zakres rozpatrywanych wartości wagi w_1 .

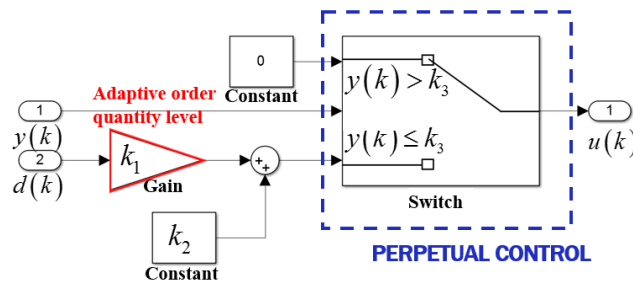
Podsumowując, rezultaty badań potwierdzają, że wprowadzona modyfikacja klasycznego modelu cyklu zamawiania poprzez integrację właściwości adaptacyjnych znacząco zwiększa skuteczność sterowania dystrybucją produktów w szczególności, w warunkach zmian popytu i długich opóźnień.

3.3 Analiza metod sterowania dystrybucją produktów trwałych

W celu szczegółowej analizy podejść stosowanych do sterowania dystrybucją produktów, prace [A4, A5, A7] zostały poświęcone analizie jakości sterowania w obliczu zmiennych i długich opóźnień [A4, A7] oraz w warunkach zaburzonego popytu [A5]. Koncentracja na wnikliwej analizie porównawczej pod kątem wielokryterialnym, jak prezentują prace [A4, A5], oraz jednokryterialnym, jak w pracy [A7], pozwoliła na uzyskanie kompleksowego obrazu efektywności poszczególnych podejść. Praca [A7] służy jako podsumowanie analiz układów sterowania rozważanych w poprzednich pracach, szczególnie w kontekście produktów trwałych.

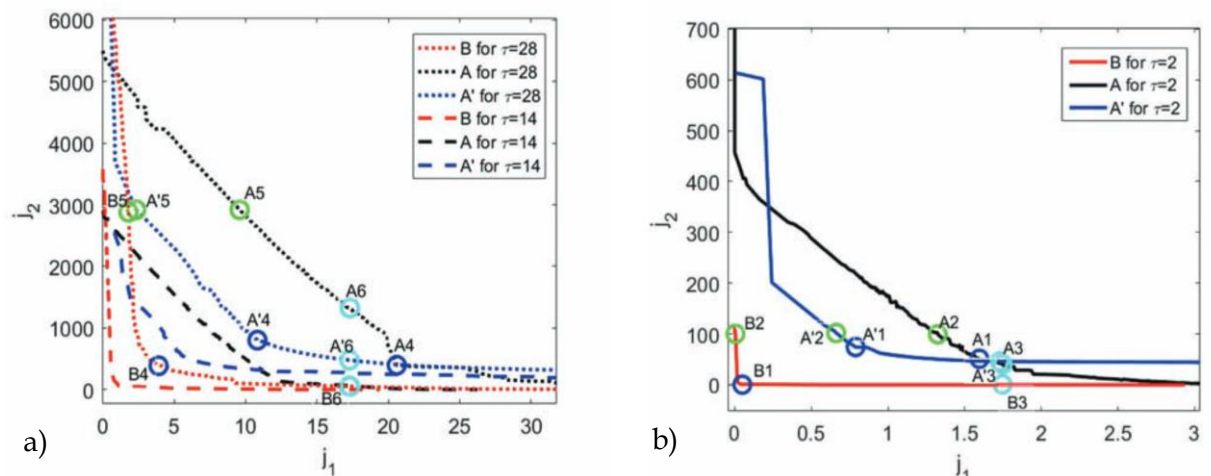
3.3.1. Porównanie metody punktu zamawiania oraz metody z regulatorem PD i predyktorem Smitha w warunkach zmiennych opóźnień

Pracę otwierającą serię analiz porównawczych stanowi publikacja [A4], w której wykazano poprawę jakości sterowania systemem dystrybucji produktów z zastosowaniem regulatora PD ze zmodyfikowanym predyktorem Smitha i adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów (PD-SP-ARSL - ang. proportional-derivative inventory control system with Smith predictor and adaptive reference stock level) w stosunku do klasycznej metody punktu zamawiania z adaptacyjnym poziomem zamówień (PIS-AOQL - ang. perpetual inventory system with adaptive order quantity level). W analizie porównawczej wykorzystano wartości kryteriów przyjętych do optymalizacji: liczba przestoju j_1 oraz zajmowana przestrzeń magazynowa j_2 . Na Rysunku 7 przedstawiono schemat blokowy regulatora metody punktu zamawiania z adaptacyjnym poziomem zamówień.



Rysunek 7. Schemat blokowy metody punktu zamawiania z adaptacyjnym poziomem zamówień [A4].

Próg k_3 określający moment zamówienia jest stały, ale okres pomiędzy kolejnymi zamówieniami, wielkość partii i maksymalny poziom zapasów są zmienne (maksymalny poziom zapasów zależy od zapotrzebowania). Parametry k_1 oraz k_2 tworzą funkcję afiniczną wielkości dostawy w zależności od zapotrzebowania rynku. Dodatkowo porównano też działanie metody punktu zamawiania z adaptacyjnym poziomem zamówień z uwzględnieniem mechanizmu pracy w toku (WIP - ang. work-in-progress). Na Rysunku 8 przedstawiono uzyskane fronty Pareto w wyniku optymalizacji dwukryterialnej dla różnych wartości opóźnień dostaw τ . Wyniki uzyskane dla metody punktu zamawiania oznaczone są jako A, zaś z mechanizmem WIP jako A'. Z kolei, rozwiązania uzyskane dla regulatora PD ze zmodyfikowanym predyktorem Smitha i adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów oznaczone są literą B.



Rysunek 8. Fronty Pareto oraz wybrane punkty dla systemu sterowania magazynem z różnymi opóźnieniami dostaw produktów [A4].

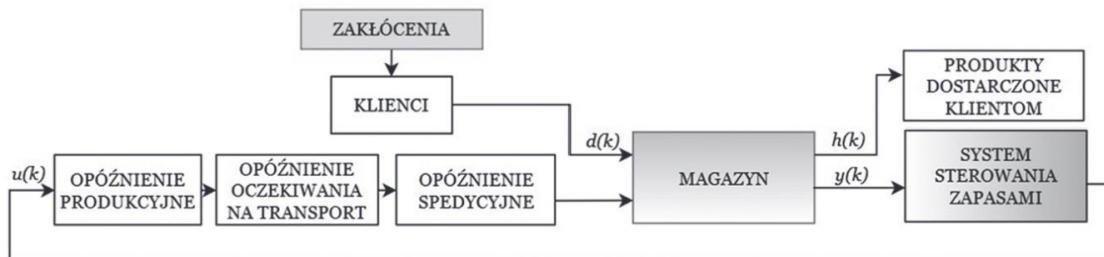
Jak można zauważyć na Rysunku 8 a), b), niemal wszystkie rozwiązania A są zdominowane przez rozwiązania B dla wszystkich rozważanych opóźnień, z wyjątkiem sytuacji, gdy $j_1 < 2$ i $j_2 > 5200$ dla $\tau = 28$, gdzie widoczna jest sytuacja przeciwna. Jednakże ze względu na znacznie wysoką wartość kosztów utrzymania zapasów, czyli wartość j_2 , te rozwiązania nie są istotne z praktycznego punktu widzenia. Analizując fronty Pareto dla najmniejszego z rozpatrywanych opóźnień $\tau = 2$ (Rysunku 8 b), można zauważyć, że rozwiązania A, A' oraz B są zbliżone, przy czym należy zaznaczyć, iż przewaga rozwiązań B zmniejsza się dla większych opóźnień. Dla opóźnienia $\tau = 2$, średnia przewaga rozwiązań B nad A i A' wynosi około 65%, zaś dla $\tau = 2$ około 41%.

Podsumowując, zjawisko niedoborów zapasów i wysokich kosztów ich utrzymania występuje rzadziej w układzie ze zmodyfikowanym predyktorem Smitha niż w układach sterowania opartych o metodę punktu zamawiania. Zaobserwowano, że dodanie mechanizmu pracy w toku do układu z metodą punktu zamawiania prowadzi do poprawy jakości systemu dystrybucji, niemniej jednak wyniki te są nadal zdominowane przez rezultaty uzyskane dla układu ze zmodyfikowanym predyktorem Smitha.

3.3.2. Porównanie metody cyklu zamawiania oraz metody z regulatorem PD i predyktorem Smitha w warunkach zaburzonego popytu

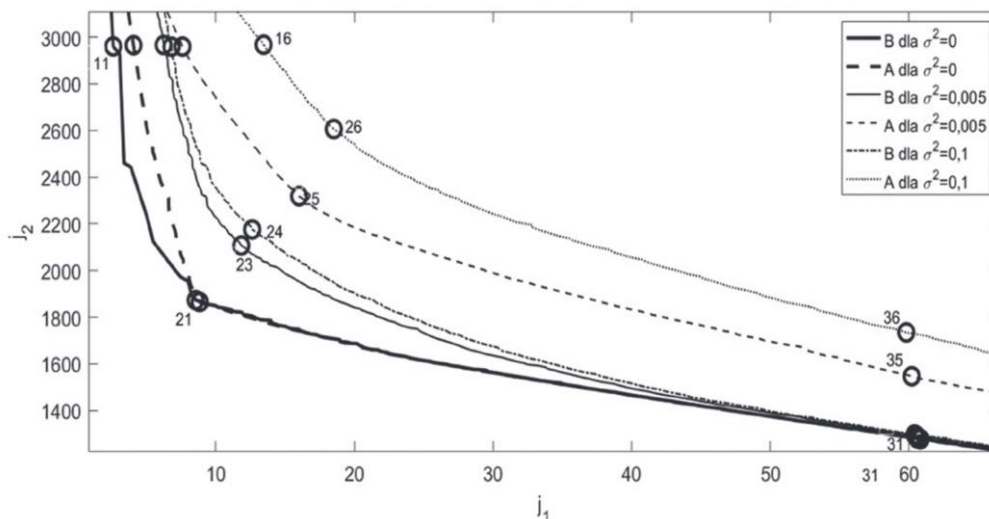
W kolejnej pracy [A5] zaprezentowano opracowany układ sterowania, który poprawia jakość sterowania w warunkach stochastycznego zaburzenia sygnału zapotrzebowania. Dokonano analizy porównawczej układów pod kątem występowania zaburzeń sygnału zapotrzebowania o charakterze stochastycznym: metody

cyklu zamawiania z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów oraz regulatora PD i predyktora Smitha z adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów. Analizę wykonano na wynikach uzyskanych z procesu optymalizacji wielokryterialnej przy wykorzystaniu kryteriów j_1, j_2 opisanych w podsekcji 3.3.1. Na Rysunku 9 przedstawiono schemat przyjętego w pracy [A5] systemu magazynowego.



Rysunek 9. Schemat blokowy systemu magazynowego [A5].

Schemat przedstawia podstawowe elementy systemu magazynowego, w tym opóźnienia oraz zakłócenia, gdzie jak w poprzednich pracach, $d(k)$ reprezentuje zapotrzebowanie na produkty z magazynu. W badaniach symulacyjnych przyjęto zmienną w czasie dynamikę zapotrzebowania z uwzględnieniem stochastycznego zaburzenia multiplikatywnego o wariancjach σ^2 równych 0, 0,005 oraz 0,1. Na Rysunku 10 przedstawiono wykresy frontów Pareto, gdzie na osi j_1 umieszczono koszt przestojów, a na osi j_2 koszt utrzymania zapasów dla trzech różnych wartości wariancji. Rozwiązania otrzymane dla metody cyklu zamawiania będą dalej oznaczone literą A, natomiast te uzyskane dla metody z regulatorem PD i predyktorem Smitha literą B.



Rysunek 10. Fronty Pareto oraz punkty wyznaczone na podstawie kryteriów dla trzech wybranych wariancji zakłóceń [A5].

W celu ilościowego porównania wszystkich uzyskanych rozwiązań Pareto, obliczono powierzchnie pomiędzy krzywymi reprezentującymi rozwiązania dla obydwu układów przy tej samej wartości wariancji. Następnie określono dwie proporcje: pierwsza dla wariancji 0,005 i 0, wynosząca 11, oraz druga dla wariancji 0,01 i 0,005, wynosząca 5,5. Wyniki te ukazują rosnącą przewagę metody z regulatorem PD i predyktorem Smitha nad metodą cyklu zamawiania w miarę wzrostu wariancji, co wskazuje na lepszą odporność na zakłócenia. Porównując, wykorzystanie regulatora PD z predyktorem Smitha generuje niższe koszty utrzymania zapasów oraz niższe koszty z tytułu niedoborów zapasów w stosunku do metody cyklu zamawiania.

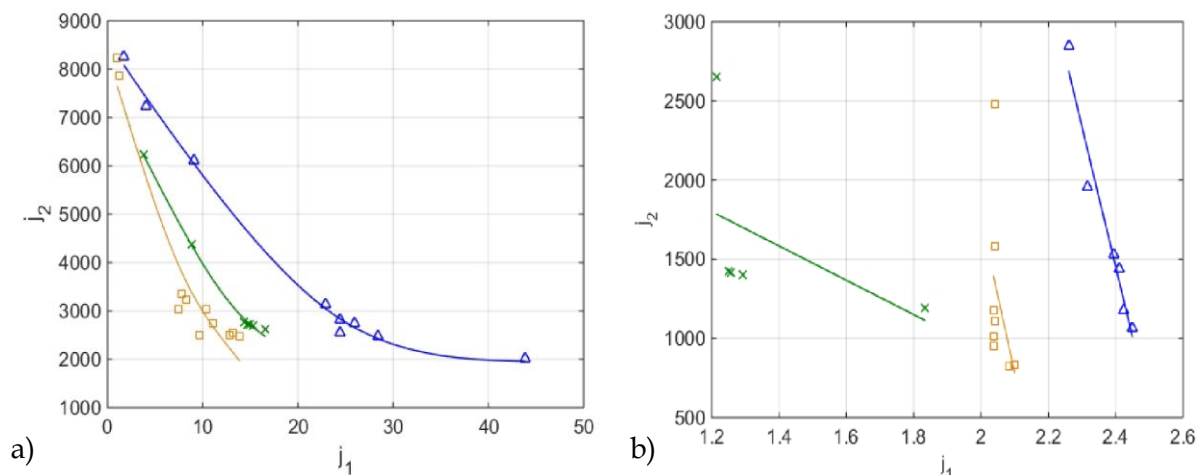
3.3.3. Porównanie metod sterowania w warunkach długich zmiennych opóźnień

Pracą zamykającą cykl analiz porównawczych układów sterowania procesem dystrybucji dedykowaną w szczególności dla produktów trwałych jest artykuł [A7]. W pracy dokonano analizy zarządzania zapasami w warunkach długich i zmiennych opóźnień dla następujących metod: metody cyklu zamawiania z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów (PIS-AMIL), metody punktu zamawiania z adaptacyjnym poziomem zamówień (PIS-AOQL), metody z regulatorem PD z predyktorem Smitha oraz adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów (PD-SP-ARSL). Wykazano przewagę rozwiązań otrzymanych dla zaproponowanego układu sterowania PD-SP-ARSL nad rozwiązaniami dla układów PIS-AMIL i PIS-AOQL pod kątem wartości kryteriów jakości j_1 , j_2 , tj. odpowiednio kosztu przestojów i zajmowanej powierzchni magazynowej.

W badaniach symulacyjnych przyjęto dwa scenariusze sygnału zapotrzebowania. Pierwszym z nich jest sygnał trapezoidalny, w którym po $k=300$ zapotrzebowanie na produkty wzrasta liniowo o 6 produktów dziennie przez 100 dni, a potem pozostaje stałe przez kolejne 200 dni. Od $k=600$ popyt zmniejsza się o 1,5 produktu dziennie aż do $k=700$, następnie pozostaje stały aż do końca scenariusza tj. $k=1000$. Drugi scenariusz obejmuje sygnał prostokątny charakteryzujący się skokowymi zmianami zapotrzebowania – są to skokowe wzrosty i spadki popytu przeplatane okresami stałego popytu. Strojenie układów przeprowadzono z wykorzystaniem algorytmu genetycznego.

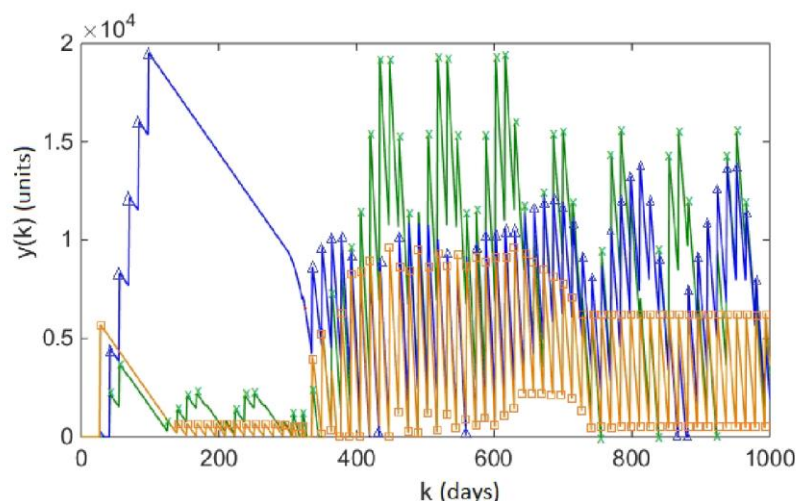
W szczególności, w przypadku trapezoidalnego sygnału zapotrzebowania klientów, wyniki uzyskane przez pozostałe analizowane układy sterowania okazały się być zdominowane przez układ PD-SP-ARSL. Dominacja ta jest

zilustrowana na wykresie wartości kryteriów j_1 oraz j_2 funkcji celu, które zostały przedstawione na Rysunku 11, wykresie a).



Rysunek 11. Fronty Pareto uzyskane dla trapezoidalnego a) oraz prostokątnego b) sygnału zapotrzebowania, układy są kolejno oznaczone jako: PIS-AMIL – niebieskie trójkąty, PIS-AOQL – zielone krzyżyki, PD-SP-ARSL – żółte kwadraty [A7].

Można zauważyć, że rozwiązania a) dla układu PD-SP-ARSL zapewniają najniższe koszty przestojów j_1 oraz zajmowanej przestrzeni magazynowej j_2 . W szczególności, wyraźna przewaga układu PD-SP-ARSL nad układami PIS-AMIL i PIS-AOQL w aspekcie minimalizacji kosztów przestojów, reprezentowanych przez kryterium j_1 , intensyfikuje się w miarę obniżania się kosztów zajmowanej powierzchni magazynowej j_2 . Z drugiej strony, w kontekście popytu b), system PD-SP-ARSL osiąga najniższe koszty zajmowanej powierzchni magazynowej. Jednakże, w odniesieniu do kosztów utraconych szans sprzedaży, system PIS-AOQL uzyskuje niewielką przewagę. Z uwagi na zbliżone wartości wskaźnika kosztu j_1 , można stwierdzić, że oba układy charakteryzują się porównywalnymi kosztami przestojów. Przechodząc, do omówienia wyników otrzymanych dla odpowiedzi czasowych, na Rysunku 12 zaprezentowano poziom utrzymywanych zapasów dla trapezoidalnego sygnału zapotrzebowania.



Rysunek 12. Poziom zapasów $y(k)$ dla trapezoidalnego sygnału zapotrzebowania [A7].

Można zatem stwierdzić, że układ PD-SP-ARSL charakteryzuje się lepszą odpornością na zmiany w założonym scenariuszu zapotrzebowania klientów. Układ PD-SP-ARSL utrzymuje najniższy średni poziom zapasu spośród rozpatrywanych układów sterowania. Co więcej, poziom ten jest wystarczający dla zmieniającego się sygnału zapotrzebowania rynkowego, co pozwala na osiągnięcie niższych kosztów przestojów.

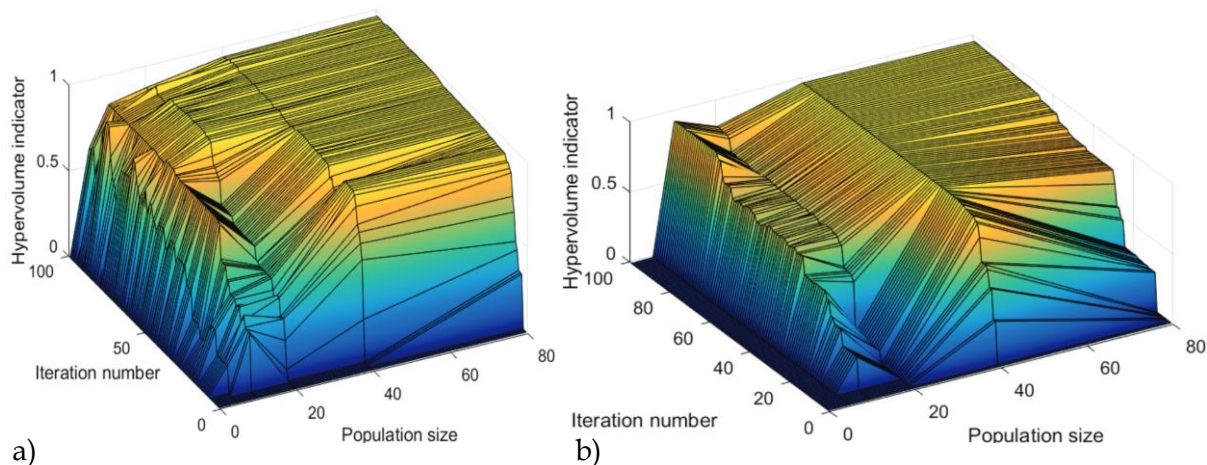
3.4. Analiza efektywności algorytmów optymalizacji wielokryterialnej w zastosowaniu do automatycznego sterowania zapasami

Z uwagi na złożoność zadania optymalizacji w kontekście systemów dystrybucji produktów, niezbędne jest stosowanie metod optymalizacyjnych do ustalania optymalnych wartości parametrów układów sterowania, ponieważ analityczne wyznaczenie optymalnego rozwiązania jest niemożliwe. Dodatkowo, wielowymiarowość przestrzeni potencjalnych rozwiązań sprawia, że przeszukiwanie tej przestrzeni staje się procesem czasochłonnym. W celu identyfikacji algorytmu optymalizacji charakteryzującego się lepszą efektywnością, w pracy [A6] dokonano analizy porównawczej dwóch standardowych algorytmów wykorzystywanych w optymalizacji wielokryterialnej: SPEA2 (ang. Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) oraz NSGA-II (ang. Nondominated Sorting Genetic Algorithm II).

W artykule [A6] poddano analizie efektywność SPEA2 i NSGA-II w zastosowaniu do optymalizacji układu sterowania systemem dystrybucji w ujęciu wielokryterialnym. Do oceny przyjęto powszechnie akceptowaną miarę jakości używaną do porównywania aproksymacji frontów Pareto, tzw. wskaźnik hiperobjętości (ang. hypervolume indicator, HYP), zwany inaczej metryką S (ang. S-metric). Do symulacji

wykorzystano zaproponowaną metodę sterowania z regulatorem PD i zmodyfikowanym predyktorem Smitha. Przyjęto trapezoidalny scenariusz sygnału zapotrzebowania.

W badaniach nad optymalizacją niestacjonarnego systemu dystrybucji produktów, gdzie występują zmienne w czasie popyty i opóźnienia w transporcie oraz produkcji, zauważono, że algorytm SPEA2 osiąga lepsze wyniki w porównaniu do NSGA-II. SPEA2 szybciej odnajduje najlepszy front Pareto wg. wskaźnika HYP. Na Rysunku 13 przedstawiono wartości wskaźnika HYP w zależności od liczby iteracji oraz rozmiaru populacji, kolejno a) dla algorytmu SPEA2 oraz b) dla algorytmu NSGA-II.



Rysunek 13. Wartość wskaźnika hiperobjętości w zależności od liczby iteracji (Iteration number) oraz rozmiaru populacji (Population size) dla algorytmu SPEA2 a) oraz dla algorytmu NSGA-II b) [A6].

Zaobserwować można, że algorytm SPEA2 wymaga około 70 iteracji do osiągnięcia maksymalnych wartości metryki HYP. Cechą szczególną SPEA2 jest zdolność do osiągnięcia najwyższych wartości HYP już przy małej liczbie iteracji (poniżej 10), kiedy liczba osobników w populacji przekracza 40. W przeciwieństwie do SPEA2, NSGA-II nie osiąga tak efektywnych wyników przy małej liczbie iteracji, nawet w przypadku dużych populacji (około 80 osobników). NSGA-II notuje najlepsze wyniki przy dużej populacji (więcej niż 40 osobników) oraz licznej liczbie iteracji (powyżej 40). Ponadto, interesującym zjawiskiem jest, że HYP dla NSGA-II spada do niemal zerowych wartości dla populacji pięcioosobowej, mimo wzrostu liczby iteracji, podczas gdy SPEA2 w tych samych warunkach osiąga znacznie wyższe wartości HYP.

Podsumowując, stwierdzono, że dla automatycznego systemu sterowania zapasami, algorytm SPEA2 osiąga lepsze wyniki niż NSGA-II w rozważanym scenariuszu popytu. W szczególności, SPEA2 jest skuteczniejszy niż NSGA-II, gdy

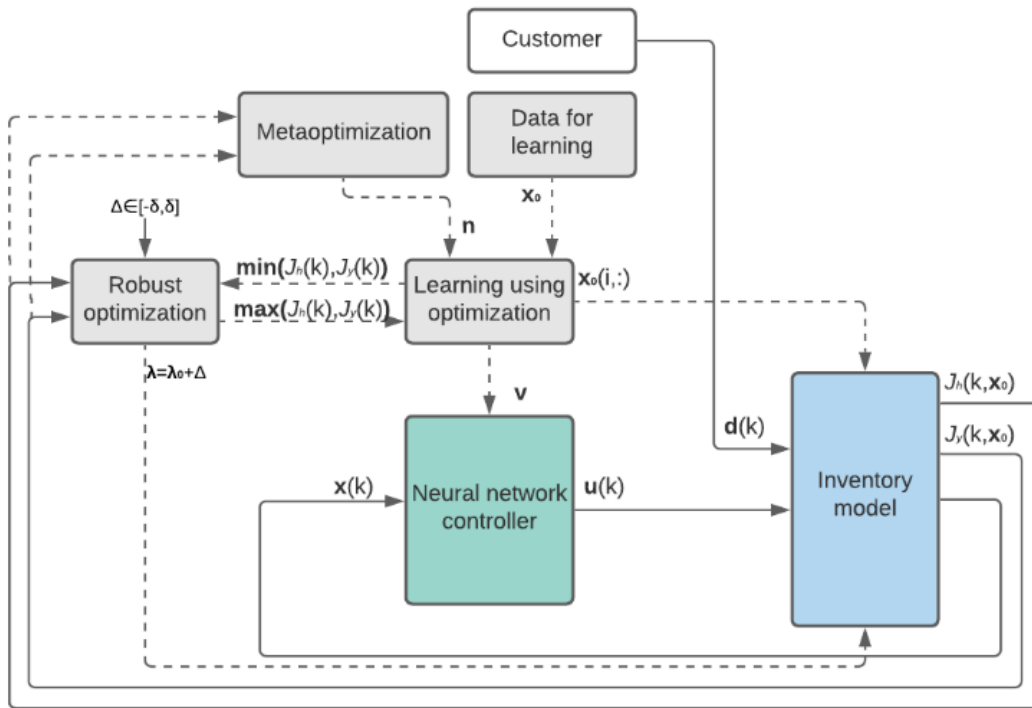
liczebność populacji oraz liczba iteracji są niewielkie. SPEA2 szybciej znajduje najlepszy front Pareto, ale jakość tego frontu zależy głównie od liczby iteracji. Jednakże, gdy liczba iteracji i osobników jest wysoka, wyniki obu algorytmów są podobne.

3.5. Sterowanie procesem dystrybucji produktów nietrwałych

Systemy dystrybucji produktów nie tylko muszą radzić sobie ze zmiennymi i przedłużającymi się opóźnieniami w produkcji i dostawach oraz ze zmianami popytu, ale również coraz większe znaczenie zyskuje ryzyko pogorszenia jakości produktów spowodowane naturalnymi procesami deterioracji. W odpowiedzi na te wyzwania, badania [A9, A10, A11, A12] skupiają się na problematyce sterowania systemami dystrybucji z produktami nietrwałymi, podatnymi na deterministyczne i stochastyczne procesy psucia. Prace te koncentrują się na opracowaniu metod zarządzania systemami dystrybucji uwzględniających niepewne procesy psucia [A9], niepewne opóźnienia czasu realizacji zamówień [A10], oraz niepewny popyt [A11, A12].

3.5.1. Sterowanie procesem dystrybucji produktów nietrwałych z niepewnym procesem psucia się z wykorzystaniem sieci neuronowych i wielokryterialnej optymalizacji odpornej

W pracy [A9] opracowano metodę zarządzania systemami dystrybucji produktów nietrwałych z niepewnym procesem psucia, opartej na rozkładzie Weibulla oraz regulatorach wykorzystujących sieci neuronowe. Dokonano implementacji sieci neuronowej oraz zastosowano odporną optymalizację wielokryterialną do problemu sterowania systemem dystrybucji produktów nietrwałych o niepewnych parametrach. Wykazano, również przewagę zaproponowanej metody nad podejściem nieuwzględniającym niepewności nietrwałości produktów na etapie optymalizacji. Zaproponowaną strukturę modelu optymalizacyjnego dla układu z niepewnym procesem psucia przedstawiono na Rysunku 14.



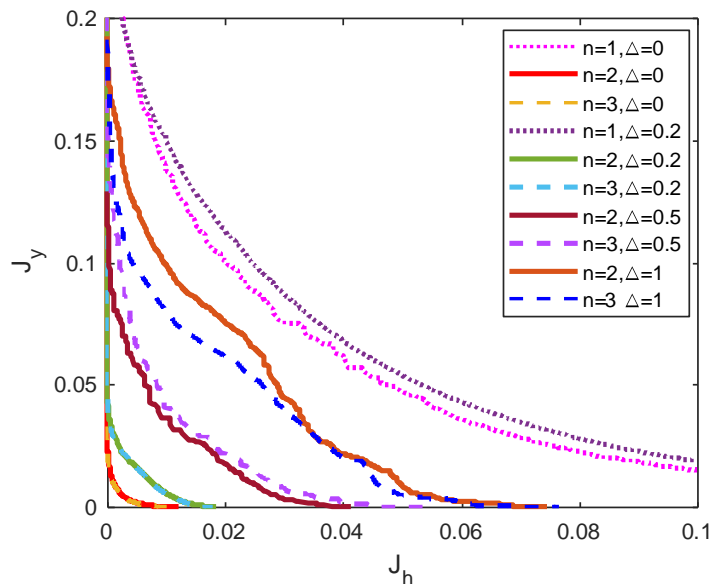
Rysunek 14. Zapropionowana struktura modelu optymalizacyjnego dla układu z niepewnym procesem psucia [A9].

Proces optymalizacji systemu rozpoczyna się od zadania meta-optymalizacji. Meta-optymalizacja jest wykorzystywana do wyboru optymalnej liczby neuronów w warstwie ukrytej. Zakłada się, że dla meta-optymalizacji rozważanych jest pięć różnych liczb neuronów: $n=\{1,2,3,4,5\}$. Następnie, po wyborze liczby neuronów n , rozpoczyna się proces uczenia regulatora sieci neuronowej. Dla procesu uczenia generowany jest zestaw wektorów stanów początkowych dla modelu systemu magazynowego [A2] przy użyciu zbioru losowych liczb. Zestaw uczący składa się z różnych scenariuszy stanów zapasów. Biorąc pod uwagę cały zakres założonych warunków początkowych, obliczana jest suma kosztów wskaźników jakości: przesto-
jów J_h oraz koszt utrzymania nadmiaru zapasów ponad zapotrzebowanie J_y . W ten sposób jakość jest oceniana nie tylko na podstawie pojedynczego scenariusza, ale na podstawie zbioru scenariuszy popytu.

Opracowany regulator sieci neuronowej składa się z trzech warstw: wejściowej, ukrytej oraz wyjściowej. Przyjęto, iż opracowana sieć posiada jedną warstwę ukrytą, która zawiera n neuronów. Warstwa ukryta korzysta z liniowej funkcji przejścia z nasyceniem (satlin), natomiast na warstwie wyjściowej zastosowano dodatnią, liniową funkcję przejścia (poslin) nazywaną również ReLu (ang. Rectified Linear Unit). Wejście regulatora sieci neuronowej stanowi wektor stanu $x(k) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, który reprezentuje liczbę produktów mających różny wiek i . Wyjście sieci neuronowej to sygnał sterujący $u(k) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, który jest generowaną ilością zamówienia w celu

zaspokojenia zapotrzebowania $d(k) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. Zastosowana struktura to sieć jednokierunkowa (ang. feedforward). Regulator na podstawie aktualnego wieku zapasów i dostaw w toku jest w stanie generować optymalną wielkość zamówienia na każdy dzień k . Wagi są elementami wektora \mathbf{v} . Uczenie sieci neuronowej przeprowadzane jest dla stałej wartości zapotrzebowania $d(k)$, które wynosi 1 jednostkę na dzień, jednakże przyjęto zbiór różnych warunków początkowych. W celach symulacyjnych, zaproponowano skalowanie zapotrzebowania, które zapewnia odpowiednie działanie regulatora dla innych wartości zapotrzebowania niż 1.

W celu weryfikacji użyteczności zaproponowanego podejścia, przeprowadzono badania symulacyjne z szerokim zakresem warunków początkowych. Na Rysunku 15 przedstawiono uzyskane fronty Pareto dla różnej liczby neuronów w warstwie ukrytej $n \in \{1,2,3\}$ oraz różnych wartości zakłócenia procesu psucia się produktów $\Delta \in \{0, 0.2, 0.5, 1\}$.



Rysunek 15. Fronty Pareto uzyskane w procesie uczenia dla regulatorów z różną liczbą neuronów n i modelu systemu magazynowego z niepewnością procesu psucia się dla wybranych wartości zaburzeń [A9].

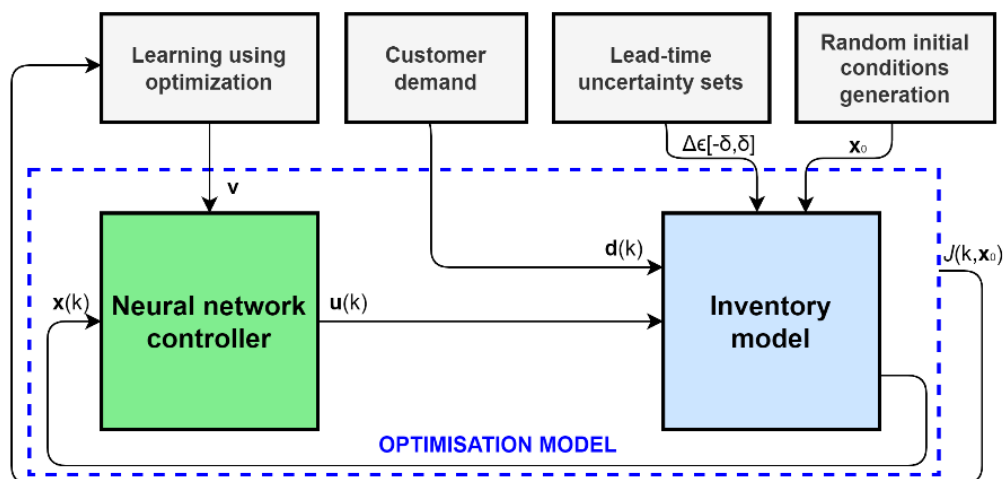
Jak można zauważyć, regulator z siecią posiadającą jeden neuron w warstwie ukrytej jest zdominowany przez rozwiązania dla $n \in \{2,3\}$ przy wszystkich rozważanych zakłóceniach Δ . Po drugie, wyniki dla $n \in \{2,3\}$ są podobne w przypadku braku zakłóceń bądź małego zakresu zakłóceń $\Delta \in \{0,0.2\}$. Przewaga struktury z trzema neuronami jest widoczna dla najwyższych wartości zakłóceń, w szczególności różnica jest najbardziej znacząca dla $\Delta=1$.

Nie tylko proponowane rozwiązanie obniża koszty, ale również zapewnia odporność na niepewność charakterystyczną dla procesów nietrwałości produktów. Z badań wynika, że odporny regulator neuronowy, zwłaszcza dla $n=3$,

wykazuje poprawę efektywności w porównaniu do klasycznego regulatora neuro-nowego oraz odpornego kontrolera neuronowego z mniejszą liczbą neuronów w warstwie ukrytej. Stwierdzono, że odporna optymalizacja zapewnia osiągnięcie o około 18% lepszych rozwiązań niż podejście bez odporności, mierzone wskaźnikiem hiperobjętości. Proponowane podejście dostarcza formalnych podstaw do optymalizacji systemów zarządzania zapasami w rzeczywistych warunkach, umożliwiając podejmowanie decyzji o zamówieniach w obliczu niepewności związanej z nietrwałością produktów.

3.5.2. Sterowanie procesem dystrybucji produktów nietrwałych z niepewnym opóźnieniem dostaw z wykorzystaniem sieci neuronowych i algorytmu genetycznego

Osiągnięciem kolejnej pracy [A10] jest opracowanie metody dla sterowania dystrybucją produktów nietrwałych w obliczu niepewności czasu realizacji zamówień. W skład tej metody wchodzi struktura układu sterowania oraz model optymalizacyjny. Prezentowane podejście do kontroli zapasów wykorzystuje kombinację sztucznych sieci neuronowych oraz optymalizacji odpornej z wykorzystaniem algorytmu genetycznego do strojenia wag sieci. Proponowane podejście przedstawia Rysunek 16.

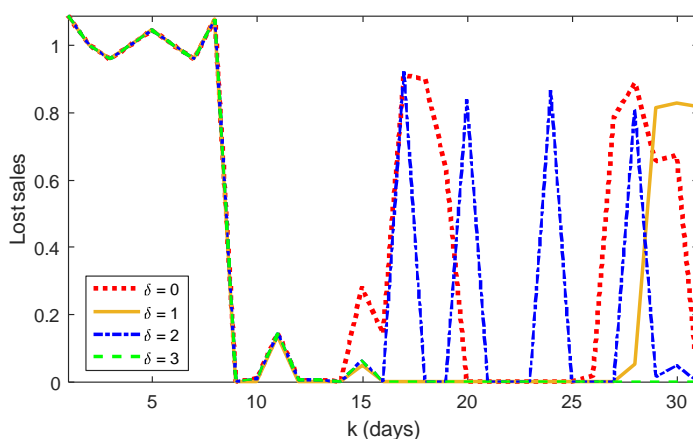


Rysunek 16. Zaproponowana struktura modelu optymalizacyjnego dla układu z niepewnym czasem realizacji zamówień [A10].

Podjęcie to można opisać następująco: pierwszym krokiem jest wygenerowanie losowych warunków początkowych stanu zapasów. Następnym krokiem jest proces optymalizacji. Celem procesu optymalizacji jest dostrojenie wag sieci

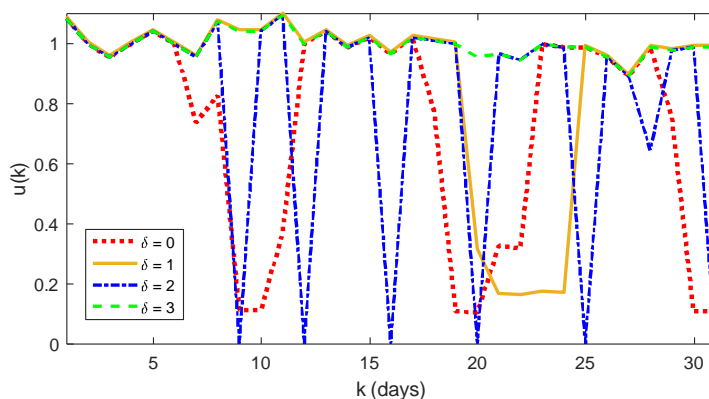
neuronowych, które minimalizują koszty jakości dla najgorszego scenariusza niepewności czasu realizacji zamówień. Koszt jest reprezentowany jako ważona suma utraconych sprzedaży i kosztów przechowywania nadwyżek zapasów nad popytem, przy założeniu, że koszt utraconych sprzedaży jest trzykrotnie wyższy niż koszt przechowywania. Na koniec, proces testowania jest przeprowadzany przy użyciu różnych warunków początkowych stanu zapasów i różnych niepewności czasu realizacji zamówień.

Dla celów badań symulacyjnych wygenerowano odpowiedzi czasowe dla największej wartości czasu realizacji zamówień ($s_{\Delta}=8$) spośród rozpatrywanych. Przykładowe wyniki przedstawiono na Rysunku 17 oraz Rysunku 18.



Rysunek 17. Utracone sprzedaże dla regulatorów zoptymalizowanych przy użyciu różnych ograniczeń zakłóceń δ [A10].

Widać, że najmniejsza liczba utraconych sprzedaży występuje $\delta = 3$. Ta obserwacja sugeruje, że zmienny popyt jest zaspokajany z najwyższym poziomem obsługi dla układu strojonego na największą wartość niepewności: $\delta = 3$ spośród rozważanych układów sterowania. Ważne jest podkreślenie, że znaczące braki charakteryzują nieodporny układ sterowania $\delta=0$. Kolejno, na Rysunku 18 przedstawiono sygnał zamówień.



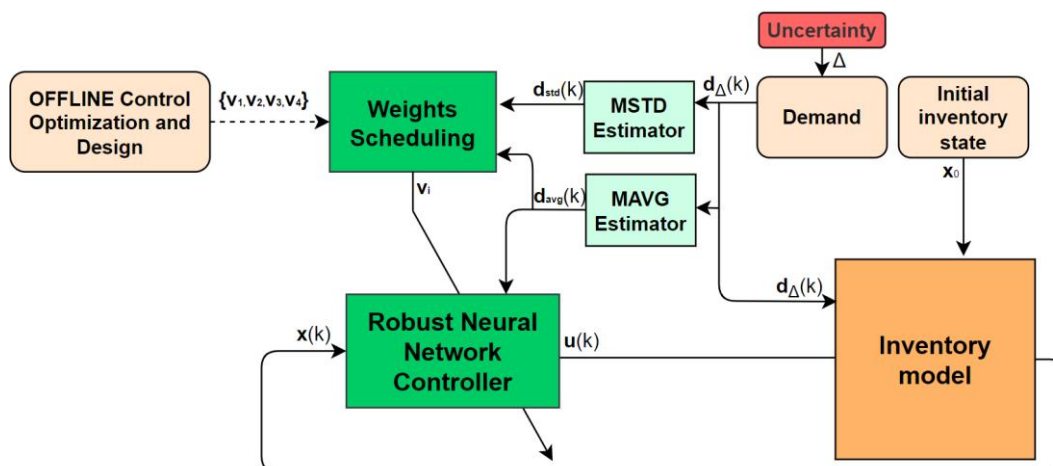
Rysunek 18. Zamówienia dla regulatorów zoptymalizowanych przy użyciu różnych ograniczeń zakłóceń δ [A10].

Na Rysunku 18 można zauważyć, że regulator dostrojony do zakłócenia $\delta=3$ oblicza zamówienia, które śledzą zmiany w popycie bez oscylacji i przeregulowań. Pozostałe układy sterowania generują oscylujące ilości zamówień, co skutkuje większymi przestojami, które są widoczne na Rysunku 17.

3.5.3. Odporny neuronowy regulator przełączalny w zastosowaniu do sterowania procesem dystrybucji z produktami nietrwałymi w warunkach zmiennego niepewnego popytu

Głównym osiągnięciem pracy [A11] jest opracowanie odpornego regulatora na bazie sieci neuronowych, optymalizacji odpornej dla systemów dystrybucji z produktami, które są nietrwałe i narażone na niepewność popytu. W szczególności, niepewność popytu została uwzględniona na etapie projektowania systemu sterowania dystrybucją produktów. Ponadto, proponowany model optymalizacyjny pozwala na efektywne poszukiwanie najgorszego scenariusza w przestrzeni rozwiązań, wykorzystując kryterium Walda. Co więcej, zaproponowane podejście zostało zweryfikowane na rzeczywistych danych pochodzących z łańcucha dostaw sieci Walmart.

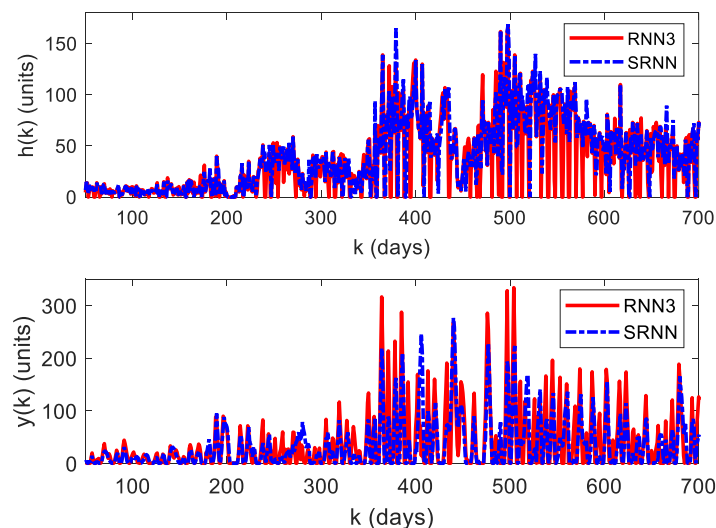
W podejściu zastosowano sztuczną sieć neuronową jako regulator do sterowania przepływem produktów nietrwałych w warunkach niepewności popytu. Zaprojektowany regulator posiada mechanizm przełączania, który umożliwia zmianę wag sieci neuronowej online bez potrzeby prowadzenia obszernych obliczeń. Przełączanie odbywa się na podstawie stosunku ruchomej odchylenia standardowego (MSTD) do ruchomej średniej (MAVG) popytu. Proponowany system sterowania jest zaprezentowany na Rysunku 19.



Rysunek 19. Schemat blokowy odpornego regulatora neuronowego z przełączaniem wag dedykowanego dla systemów sterowania dystrybucją produktów nietrwałych z niepewnym popytem [A11].

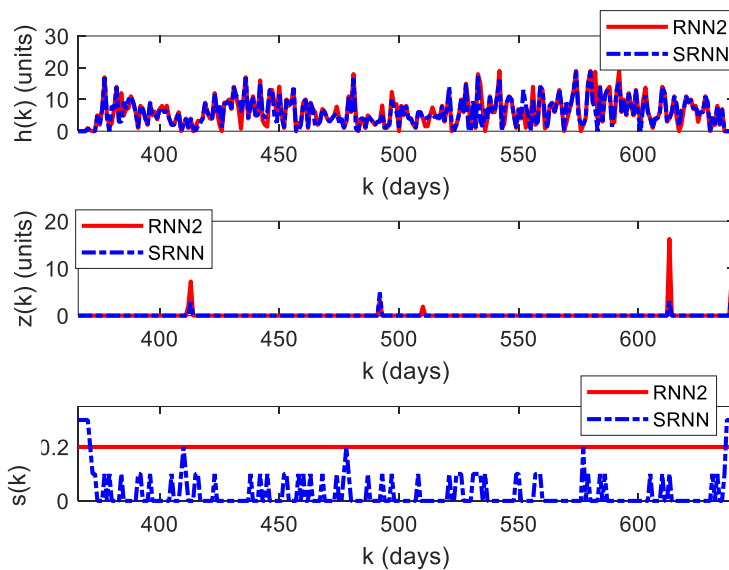
Pierwszym krokiem podejścia jest optymalizacja i projektowanie układu sterowania w trybie *offline*, którego wynik obejmuje cztery zoptymalizowane wektory wag sieci neuronowych \mathbf{v} dla wszystkich rozważanych typów regulatorów. Te optymalne wektory są pierwszymi danymi wejściowymi dla bloku przełączania wag (ang. Weights Scheduling). Kolejne dane wejściowe do bloku przełączania wag to: estymator MSTD i estymator MAVG. Na podstawie dwóch ostatnich danych wejściowych dokonywany jest wybór wektora wag \mathbf{v} . Wybrany wektor wag \mathbf{v} jest stosowany w odpornym regulatorze neuronowym (RNN – ang. Robust Neural Network Controller). Następnie obliczany jest sygnał zamówienia $u(k)$, który jest wejściem do modelu magazynu (ang. Inventory model). Model magazynu, oparty na niepewnym popycie $d_{\Delta}(k)$ i zamówieniach $u(k)$, generuje bieżący wektor stanu $\mathbf{x}(k)$.

W celu weryfikacji wyników osiągniętych przez zaproponowany układ sterowania, porównano wyniki z regulatorem neuronowym zaproponowanym w pracy [A9], który w dalszej części analizy oznaczany będzie jako RNN, zaś regulator przełączający oznaczony jest jako SRNN (ang. Switching Robust Neural Network controller). Rysunek 20 prezentuje dane dotyczące sprzedaży $h(k)$ oraz poziomy zapasów $y(k)$ dla magazynu z produktami o nietrwałym charakterze, którego wzorzec popytu można scharakteryzować jako równomierny (ang. smooth demand pattern). W ramach pierwszego przypadku symulacyjnego dokonano porównania efektywności dwóch regulatorów zarządzania zapasami: jednego przykładowego regulatora z grupy RNN – RNN3 oraz SRNN, gdzie liczba 3 oznacza wartość zaburzenia, na którą strojony jest dany regulator, w tym przypadku jest to $\delta = 3$.



Rysunek 20. Liczba sprzedanych produktów $h(k)$ i poziom zapasów $y(k)$ dla regulatorów RNN3 i SRNN w przypadku równomiernego wzorca popytu (ang. smooth demand pattern) [A11].

Można zauważyć, że układ z regulatorem RNN3 charakteryzuje się większymi przestojami w sprzedaży (momenty z zerową sprzedażą są wyraźnie częstsze) niż dla SRNN. Jeśli chodzi o poziom zapasów, wartość szczytowa poziomu zapasów dla RNN3 wynosi 334 jednostki, a średnia 35 jednostek, natomiast dla SRNN wynosi 276 jednostek, a średnia 30 jednostek. Interesującym wnioskiem jest to, że SRNN jest w stanie zapewnić wyższą sprzedaż przy niższych poziomach zapasów w przypadku niepewnego i równomiernego wzorca popytu. W kolejnym etapie, przyjęto inny charakter popytu, tzw. popyt przerywany (ang. intermittent demand pattern). Wykresy czasowe z symulacji z przerywanym popytem pokazano na Rysunku 21.



Rysunek 21. Liczba sprzedanych produktów $h(k)$, liczba zepsutych produktów $z(k)$, schemat przełączania $s(k)$ dla regulatorów RNN2 i SRNN w przypadku przerywanego wzorca popytu (ang. intermittent demand pattern) [A11].

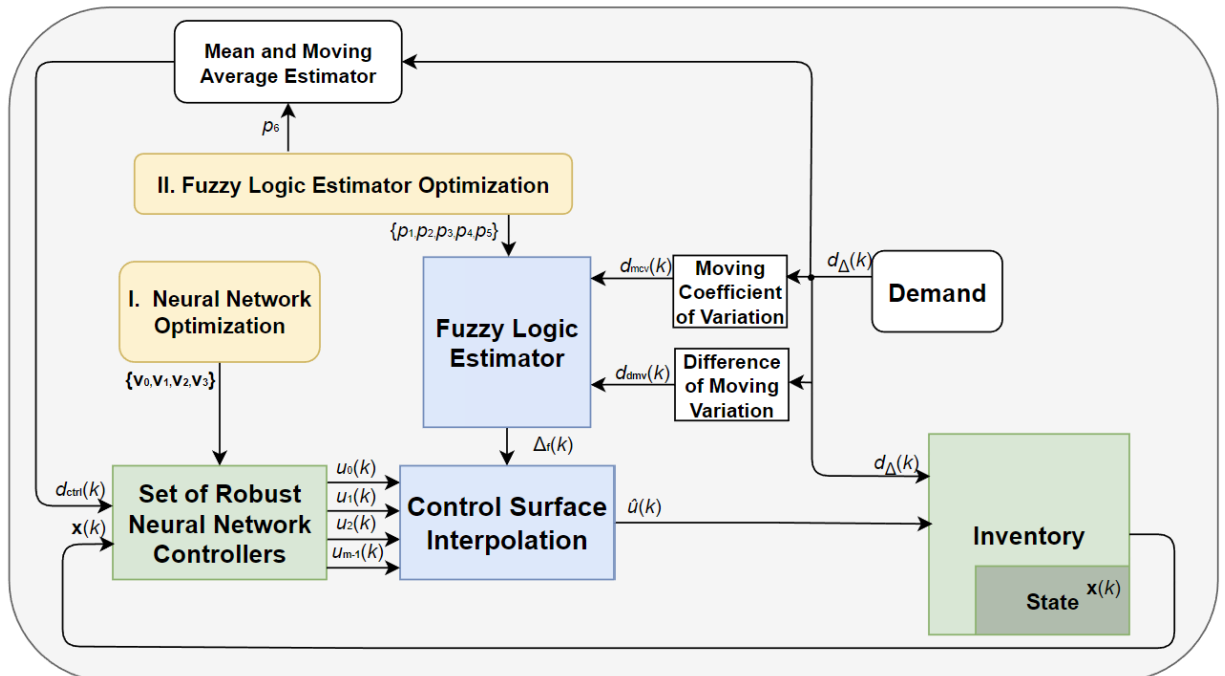
Pomimo podobnej sprzedaży $h(k)$, straty z powodu procesów nietrwałości $z(k)$ są znacząco niższe dla SRNN w porównaniu do RNN2. Na przykład, dla $k=613$ w systemie z zaimplementowanym regulatorem SRNN straty z tytułu psucia są prawie pięć razy mniejsze. Warto zauważyć, że w przypadku przerywanego wzorca popytu, regulator SRNN przełącza wagi sieci czterokrotnie, co można zobaczyć na Rysunku 21 na wykresie sygnału $s(k)$, który przyjmuje wartości $\{0, 0.1, 0.2, 0.3\}$ reprezentujące odpowiednio odporne regulatory neuronowe RNN0, RNN1, RNN2, RNN3.

Podsumowując, zastosowanie regulatora SRNN w systemie dystrybucji produktów nietrwałych pozwala na obniżenie funkcji kosztów o około 8,97% w porównaniu do regulatorów RNN. Szczegółowo, obserwuje się około 9,50% spadek poziomu zapasów przy użyciu SRNN w przypadku równomiernego popytu, około

8,15% przy popycie przerywanym, 7,17% dla popytu nieregularnego oraz 6,72% dla popytu nierównomiernego.

3.5.4. Odporny regulator neuronowy oraz rozmyty estymator zmiennego niepewnego popytu w zastosowaniu do sterowania procesem dystrybucji z produktami nietrwałymi

W pracy [A12] zaproponowano nową metodę rozwiązania problemu zarządzania zapasami nietrwałymi w warunkach niepewnego popytu. W opracowanym podejściu sztuczne sieci neuronowe i logika rozmyta są wykorzystane do sterowania dystrybucją produktów. Sieć neuronowa jest używana do obliczania sygnału zamówienia, a logika rozmyta do korekty liczby wygenerowanych zamówień, uwzględniając prognozowaną niepewność. Wraz z tym przeprowadzana jest odporna optymalizacja z użyciem algorytmu genetycznego (GA) i kryterium Walda. Ponadto, zaproponowaną metodę wyróżnia możliwość włączenia różnych wzorców popytu do procesu optymalizacji, w tym przerywanego, nieregularnego, równomiernego i nierównomiernego. Metoda ta wyróżnia się zdolnością adaptacji zachowania regulatora do przewidywanej niepewności bez konieczności przeprowadzania intensywnych obliczeń, dzięki zastosowaniu dwuetapowego procesu optymalizacji. Architektura proponowanego systemu sterowania została przedstawiona na Rysunku 22.



Rysunek 22. Architektura sterowania za pomocą regulatora odpornego regulatora neuroowo-rozmytego (ang. Fuzzy Robust Neural Network) z rozmytym prognozowaniem niepewności popytu, przeznaczonego dla systemów sterowania dystrybucją produktów nietrwałych ze zmiennym i niepewnym popytem [A12].

Odporny regulator neuronowo-rozmyty (FRNN – ang. Fuzzy Robust Neural Network) składa się z dwóch głównych komponentów: estymatora rozmytego (ang. Fuzzy Logic Estimator) oraz zbioru odpornych regulatorów neuronowych (ang. Set of Robust Neural Network Controllers) z wagami podanymi wektorowo $\{\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{m-1}\}$. Wygenerowany optymalny zestaw wag jest używany w drugim etapie optymalizacji, który ma na celu znalezienie optymalnych wartości parametrów estymatora rozmytego $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ oraz estymatora popytu p_6 , biorąc pod uwagę kryteria jakości takie jak minimalizacja kosztu przestojów oraz kosztu przechowywania zapasów. Jądem zautomatyzowanego systemu zarządzania zapasami jest odporny regulator neuronowy, który jest odpowiedzialny za generowanie sygnałów zamówień dla czterech różnych poziomów niepewności popytu. Zamówienia generowane przez regulator dla popytu bez niepewności oznaczone są jako u_0 , podczas gdy te dla popytu z najwyższą niepewnością oznaczone są jako $m-1$, gdzie m to liczba rozważanych poziomów niepewności. Aby określić przewidywany popyt na przyszłe produkty, operacje są przeprowadzane na obecnym niepewnym sygnale popytu. Obliczane są dwa sygnały: ruchomy współczynnik zmienności popytu d_{mcv} (MCV – ang. Moving Coefficient of Variation) oraz różnicowy ruchomy współczynnik zmienności popytu d_{dmv} (DMV – ang. Difference of Moving Coefficient of Variation). Te dwa sygnały służą jako dane wejściowe do estymatora rozmytego. Celem estymatora rozmytego jest wygenerowanie prognozy niepewności popytu Δf na podstawie ruchomego współczynnika zmienności popytu d_{mcv} oraz różnicy ruchomej zmienności popytu d_{dmv} .

W celu weryfikacji podejścia, przeprowadzono analizę porównawczą z metodami referencyjnymi, takimi jak przełączalny regulator neuronowy (SRNN – ang. Switching Robust Neural Network), który został zaproponowany w pracy [A11] oraz proporcjonalny regulator zamów-do-poziomu (POUT – ang. Proportional Order-Up-To Level). W ramach tego porównania oceniano takie parametry jak wartość funkcji kosztu, współczynnik realizacji zamówień (ang. fill-rate), łączny poziom zapasów, liczba zepsutych produktów oraz analiza czasowa odpowiedzi systemu dla wyselekcjonowanych scenariuszy popytu. Tabela 4 prezentuje wyniki uzyskane z procesu optymalizacji dla regulatorów SRNN, FRNN i POUT.

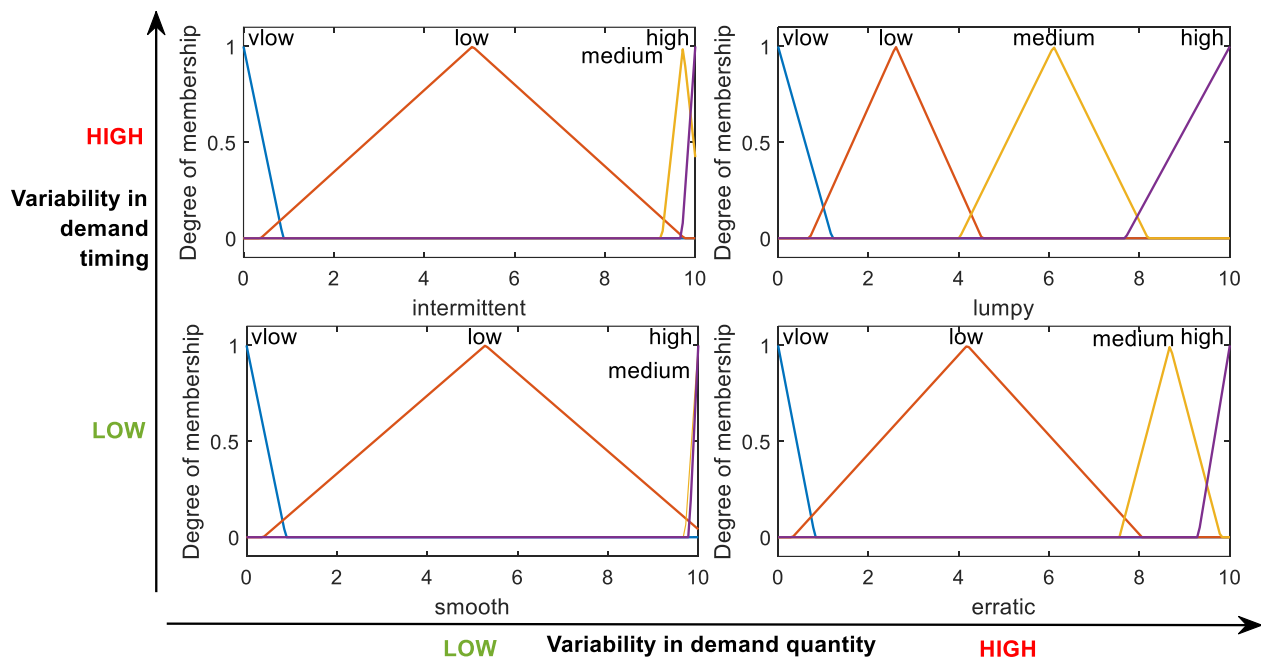
Tabela 4. Wartości funkcji kosztu dla systemów sterowania FRNN, SRNN i POUT uzyskane dla dwóch różnych zbiorów popytu: zbioru optymalizacyjnego i zbioru testowego (w nawiasach), dla różnych rozmiarów okna [A12].

Wzorzec popytu	w_{test} w_{opt}	FRNN $\times 10^4$			SRNN $\times 10^4$			POUT
		7	14	30	7	14	30	-
Przerywany (Intermittent)	7	20,81 (4,79)	20,14 (4,54)	20,79 (4,76)	20,84 (4,75)	20,31 (4,56)	20,86 (4,76)	
	14	20,83 (4,77)	20,10 (4,52)	20,71 (4,72)	21,00 (4,82)	20,22 (4,58)	20,90 (4,81)	29,92 (6,76)
	30	20,81 (4,77)	20,12 (4,52)	20,64 (4,73)	20,96 (4,79)	20,26 (4,58)	20,79 (4,77)	
Nierównomierny (Lumpy)	7	30,43 (6,75)	28,97 (6,36)	29,25 (6,42)	30,14 (6,72)	29,00 (6,39)	29,40 (6,45)	
	14	31,31 (7,15)	28,49 (6,43)	28,80 (6,48)	31,70 (7,28)	28,66 (6,50)	28,81 (6,52)	32,72 (7,27)
	30	31,60 (7,25)	28,62 (6,47)	28,54 (6,44)	31,63 (7,27)	28,78 (6,51)	28,67 (6,47)	
Równomierny (Smooth)	7	14,51 (3,32)	14,44 (3,29)	14,60 (3,42)	14,53 (3,32)	14,53 (3,31)	14,74 (3,45)	
	14	14,80 (3,47)	14,34 (3,33)	14,54 (3,48)	14,62 (3,40)	14,46 (3,33)	14,70 (3,49)	17,09 (4,19)
	30	14,66 (3,39)	14,39 (3,31)	14,42 (3,45)	14,71 (3,40)	14,55 (3,34)	14,57 (3,49)	
Nieregularny (Erratic)	7	20,75 (4,23)	20,21 (4,15)	20,87 (4,40)	20,78 (4,21)	20,50 (4,19)	21,13 (4,43)	
	14	20,85 (4,24)	20,11 (4,12)	20,81 (4,40)	21,05 (4,28)	20,33 (4,17)	21,00 (4,43)	25,57 (5,98)
	30	20,90 (4,23)	20,13 (4,10)	20,73 (4,36)	21,27 (4,34)	20,41 (4,18)	20,99 (4,44)	

W Tabeli 4 przedstawione są wartości funkcji kosztu dla różnych rozmiarów okna w_{opt} , w_{test} oraz czterech wybranych wzorców popytu, gdzie w_{opt} to rozmiar okna, który był używany podczas procesu optymalizacji (wymienione w wierszach), a w_{test} to rozmiar okna używany do celów testowych (wymienione w kolumnach).

Na podstawie wartości funkcji kosztu uzyskanych dla zbioru optymalizacyjnego, regulator FRNN zdaje się dostarczać najlepsze wyniki w większości rozważanych scenariuszy. W szczególności, w fazie uczenia, regulator FRNN zapewnił najniższą wartość funkcji kosztu dla 94% porównywanych scenariuszy względem SRNN i POUT. W fazie testowej, przewaga regulatora FRNN jest widoczna w 83% przeliczonych przypadków, które obejmują trzy różne rozmiary okien i cztery różne wzorce popytu. Regulator SRNN zajął drugie miejsce, zaś POUT trzecie. Przewaga

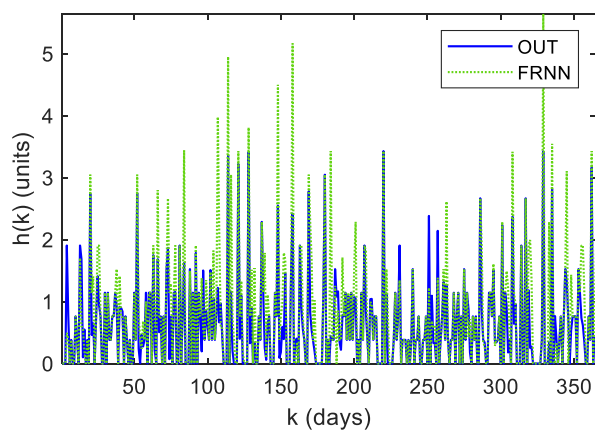
FRNN nad POUT jest znacząca, wahając się od 7% dla nierównomiernego wzorca popytu przy rozmiarze okna 7 do 33% dla przerywanego popytu przy rozmiarze okna 14. Z kolei, przewaga FRNN nad SRNN jest najbardziej wyraźna w przypadkach nierównomiernego wzorca popytu, gdzie maksymalna przewaga wynosi około 2%. Na Rysunku 23 pokazano zoptymalizowane funkcje przynależności otrzymane dla 4 rozpatrywanych wzorców popytu.



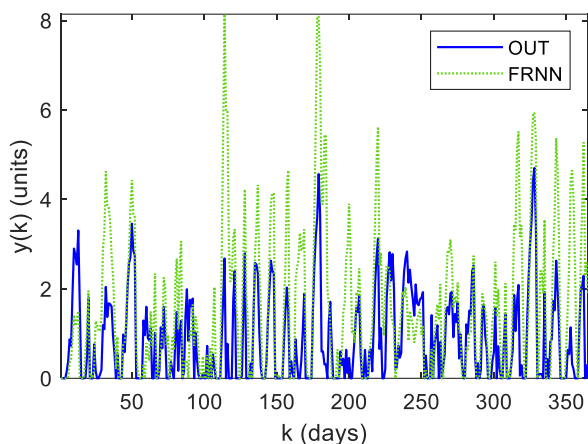
Rysunek 23. Wyniki optymalizacji parametrów funkcji przynależności dla FRNN [A12].

W przypadku równomiernego popytu (smooth demand), funkcja przynależności *low* dominuje i obejmuje prawie cały zakres wejściowy. Natomiast w obecności przerywanego popytu (intermittent demand), udziały funkcji *low* i *high* pozostają bardzo podobne jak dla równomiernego popytu (smooth demand), jednakże funkcja *medium* ma większy udział. Warto zauważyć, że w przypadkach nieregularnego popytu (erratic demand), funkcja *medium* przyjmuje większy udział niż dla równomiernego (smooth demand) i przerywanego popytu (intermittent demand). Co więcej, w przypadku nierównomiernego popytu (lumpy demand), udziały wszystkich funkcji przynależności stają się bardziej zrównoważone.

Następnie, odpowiedź systemu na popyt nierównomierny przedstawiono na Rysunku 24 oraz Rysunku 25, odpowiednio dla sygnałów produktów sprzedanych i poziomu zapasów.



Rysunek 24. Sprzedane produkty dla FRNN i POUT w przypadku popytu nierównomiernego (ang. lumpy demand) [A12].



Rysunek 25. Poziom zapasów dla FRNN i POUT w przypadku popytu nierównomiernego (ang. lumpy demand) [A12].

W przypadku popytu nierównomiernego, przewaga FRNN w spełnianiu potrzeb klientów jest znacząca i wynosi 14% w porównaniu do wyników uzyskanych przez POUT. Choć FRNN osiągnął tę przewagę, ponosząc wyższe koszty utrzymania zapasów, ostatecznie okazało się bardziej opłacalne niż zapewnienie niższego współczynnika realizacji zamówień.

W odniesieniu do automatycznego generowania zamówień można stwierdzić, że proponowany regulator FRNN ma przewagę nad POUT i SRNN. W konsekwencji FRNN jest bardziej wrażliwy na niepewności popytu w systemie zarządzania zapasami niż POUT i SRNN. Można stwierdzić, iż proponowane podejście może przyczynić się do rozwoju rozwiązań dla systemów zarządzania zapasami, mających na celu usprawnienie algorytmów kontrolujących cykle uzupełniania nietrwałych zapasów z niepewnym popytem oraz ich automatyzację.

Podsumowanie

W zaprezentowanym monotematycznym cyklu 12 publikacji, dotyczących metod sterowania i optymalizacji systemów dystrybucji o różnej trwałości w obliczu długich, zmiennych i niepewnych opóźnień, zmiennego i niepewnego popytu oraz niepewnego procesu psucia się produktów, przeprowadzono szereg badań symulacyjnych, z wykorzystaniem wygenerowanych oraz rzeczywistych sygnałów zapotrzebowania oraz implementacji opracowanych metod, łącznie z analizami porównawczymi wykazującymi przewagę proponowanych metod nad obecnie istniejącymi.

Wyniki, które osiągnięto potwierdzają postawioną tezę o możliwości poprawy jakości sterowania systemem dystrybucji, szczególnie w warunkach niepewności związanych z opóźnieniami dostaw i zmiennym zapotrzebowaniem rynkowym poprzez zastosowanie dyskretnych modeli dynamicznych, wspieranych przez nowoczesne techniki optymalizacji jedno- i wielokryterialnej oraz metody sztucznej inteligencji.

Na podstawie uzyskanych wyników wykazano, że opracowany hybrydowy model systemu magazynowego dla produktów nietrwałych uwzględnia szeroki zakres właściwości systemów magazynowych, takich jak procesy psucia się towarów podczas transportu, dni zamknięcia, opóźnienia w dostawach oraz losową i stałą trwałość produktów, a także polityki wydawania FIFO i LIFO. Zaproponowane metody sterowania dla produktów nietrwałych osiągają lepsze wyniki niż klasyczne metody, takie jak metoda cyklicznego zamawiania, metoda punktu zamawiania oraz regulator zamów-do-poziomu. W przypadku systemów z produktami nietrwałymi wykazano, że zastosowanie optymalizacji odpornej oraz zaprojektowanego regulatora opartego na sieciach neuronowych i logice rozmytej pozwala na poprawę efektywności systemu dystrybucji. Ponadto, niniejsza praca przyczynia się do rozwoju metod, które mogą znaleźć zastosowanie w automatyzacji systemów dystrybucji i mogą być implementowane w systemach zarządzania magazynem – WMS (ang. Warehouse Management System).

Możliwe kierunki przyszłych badań obejmują analizę polityki wydawania LIFO (ang. Last-In, First-Out). W kontekście sprzedaży żywności klienci mają tendencję do wybierania najświeższych produktów, chyba że istnieje zachęta cenowa, co można modelować za pomocą polityki wydawania LIFO. Ponadto, interesującym kierunkiem badawczym jest rozwój zaawansowanych technik prognozowania specjalnie dostosowanych do towarów nietrwałych oraz badanie stosowania strategii dynamicznego kształtowania cen w celu optymalizacji zaspokajania potrzeb klientów i poziomów zapasów w przypadkach różnych charakterystyk wzorców popytu.

Bibliografia

- [1] L. A. San-José, J. Sicilia, and D. Alcaide-López-de-Pablo, "An inventory system with demand dependent on both time and price assuming backlogged shortages," *Eur J Oper Res*, vol. 270, no. 3, pp. 889–897, Nov. 2018, doi: 10.1016/J.EJOR.2017.10.042.
- [2] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, "Modelowanie procesów logistycznych w przestrzeni stanu," *Logistyka*, no. 2, 2010.
- [3] R. Taparia, S. Janardhanan, and R. Gupta, "Inventory control for nonperishable and perishable goods based on model predictive control," *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*, pp. 1–13, Apr. 2019, doi: 10.1080/23302674.2019.1600766.
- [4] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, "Linear-quadratic optimal control of periodic-review perishable inventory systems," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, doi: 10.1109/TCST.2011.2161086.
- [5] D. Ivanov, S. Sethi, A. Dolgui, and B. Sokolov, "A survey on control theory applications to operational systems, supply chain management, and Industry 4.0," *Annu Rev Control*, vol. 46, pp. 134–147, Jan. 2018, doi: 10.1016/J.ARCONTROL.2018.10.014.
- [6] C.-Y. Dye, "Optimal joint dynamic pricing, advertising and inventory control model for perishable items with psychic stock effect," *Eur J Oper Res*, vol. 283, no. 2, pp. 576–587, Jun. 2020, doi: 10.1016/J.EJOR.2019.11.008.
- [7] Å. Stenmarck *et al.*, "Estimates of European food waste levels," 2016.
- [8] L.-M. Chen and A. Sapra, "Joint inventory and pricing decisions for perishable products with two-period lifetime," *Naval Research Logistics (NRL)*, vol. 60, no. 5, pp. 343–366, Aug. 2013, doi: 10.1002/nav.21538.
- [9] L. Janssen, T. Claus, and J. Sauer, "Literature review of deteriorating inventory models by key topics from 2012 to 2015," *Int J Prod Econ*, vol. 182, pp. 86–112, Dec. 2016, doi: 10.1016/J.IJPE.2016.08.019.
- [10] V. Chaudhary, R. Kulshrestha, and S. Routroy, "State-of-the-art literature review on inventory models for perishable products," *Journal of Advances in Management Research*, vol. 15, no. 3. Emerald Group Holdings Ltd., pp. 306–346, Jul. 25, 2018. doi: 10.1108/JAMR-09-2017-0091.
- [11] C.-Y. Dye, "Optimal joint dynamic pricing, advertising and inventory control model for perishable items with psychic stock effect," *Eur J Oper Res*, vol. 283, no. 2, pp. 576–587, Jun. 2020, doi: 10.1016/J.EJOR.2019.11.008.
- [12] G. Gaalman, "Bullwhip reduction for ARMA demand: The proportional order-up-to policy versus the full-state-feedback policy," *Automatica*, vol. 42, no. 8, pp. 1283–1290, Aug. 2006, doi: 10.1016/j.automatica.2006.04.017.
- [13] L. Janssen, J. Sauer, T. Claus, and U. Nehls, "Development and simulation analysis of a new perishable inventory model with a closing days constraint under non-

- stationary stochastic demand,” *Comput Ind Eng*, vol. 118, pp. 9–22, Apr. 2018, doi: 10.1016/j.cie.2018.02.016.
- [14] A. E. Larson and E. A. Johnson, “Evaluation of Botulinal Toxin Production in Packaged Fresh-Cut Cantaloupe and Honeydew Melons,” *J Food Prot*, vol. 62, no. 8, pp. 948–952, Aug. 1999, doi: 10.4315/0362-028X-62.8.948.
- [15] Z. Rafie-Majd, S. H. R. Pasandideh, and B. Naderi, “Modelling and solving the integrated inventory-location-routing problem in a multi-period and multi-perishable product supply chain with uncertainty: Lagrangian relaxation algorithm,” *Comput Chem Eng*, vol. 109, pp. 9–22, Jan. 2018, doi: 10.1016/J.COMPCHEMENG.2017.10.013.
- [16] P. Ignaciuk, “Discrete inventory control in systems with perishable goods – a time-delay system perspective,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 6, no. 1, pp. 11–21, 2014.
- [17] H. Al-Khazraji, C. Cole, and W. Guo, “Analysing the impact of different classical controller strategies on the dynamics performance of production-inventory systems using state space approach,” *Journal of Modelling in Management*, vol. 13, no. 1, pp. 211–235, Feb. 2018, doi: 10.1108/JM2-08-2016-0071.
- [18] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, “LQ optimal and reaching law-based sliding modes for inventory management systems,” *Int J Syst Sci*, vol. 43, no. 1, pp. 105–116, Jan. 2012, doi: 10.1080/00207721003793108.
- [19] P. Aengchuan and B. Phruksaphanrat, “Comparison of fuzzy inference system (FIS), FIS with artificial neural networks (FIS + ANN) and FIS with adaptive neuro-fuzzy inference system (FIS + ANFIS) for inventory control,” *J Intell Manuf*, vol. 29, no. 4, pp. 905–923, Apr. 2018, doi: 10.1007/s10845-015-1146-1.
- [20] Š. Kozák, “State-of-the-art in control engineering,” *Journal of Electrical Systems and Information Technology*, vol. 1, no. 1, pp. 1–9, May 2014, doi: 10.1016/j.jesit.2014.03.002.
- [21] O. I. Abiodun, A. Jantan, A. E. Omolara, K. V. Dada, N. A. E. Mohamed, and H. Arshad, “State-of-the-art in artificial neural network applications: A survey,” *Heliyon*, vol. 4, no. 11, p. e00938, Nov. 2018, doi: 10.1016/j.heliyon.2018.e00938.
- [22] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, “Linear-quadratic optimal control of periodic-review perishable inventory systems,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 20, no. 5, pp. 1400–1407, 2012, doi: 10.1109/TCST.2011.2161086.
- [23] Z. Sarjusz-Wolski, “Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie,” *Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne*, p. 232, 2000, Accessed: May 15, 2024. [Online]. Available: <https://lubimyczytac.pl/ksiazka/7819/sterowanie-zapasami-w-przedsiębiorstwie>
- [24] H. L. Lee, V. Padmanabhan, and S. Whang, “The bullwhip effect in supply chains,” *Sloan Manage Rev*, vol. 38, no. 3, pp. 93–102, 1997, Accessed: May 16, 2024. [Online]. Available: <https://www.proquest.com/docview/1302988731?sourcetype=Scholarly%20Journals>

- [25] A. A. Alabdulkarim, "Minimizing the bullwhip effect in a supply chain: a simulation approach using the beer game," <https://doi.org/10.1177/0037549720930284>, vol. 96, no. 9, pp. 737–752, Jun. 2020, doi: 10.1177/0037549720930284.

Załącznik A

Pełne teksty artykułów naukowych wchodzących w skład cyklu publikacji

[A1]

Chołodowicz, E., Orłowski, P.: Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem.

Logistyka, Tom: 4, Strony: 28-32, 2015

Ewelina Chołodowicz¹, Przemysław Orłowski²
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem

Ewelina Chołodowicz



Przemysław Orłowski



Wraz z rozwojem technologii oraz powstaniem coraz to bardziej rozwiniętych przedsiębiorstw pojawiła się potrzeba efektywnej organizacji wewnętrznej jednostki odpowiedzialnej za przepływ towaru. Z tego względu zarządzanie współczesnymi przedsiębiorstwami jest procesem bardzo złożonym [7]. Skomplikowanie mechanizmu funkcjonowania ośrodków produkcyjnych wynika, również z mnogości strumieni dóbr oraz przypisanych im strumieni informacyjnych, które oddziałują ze sobą – uzupełniają się, bądź krzyżują [6]. Konkurencyjność w coraz większym stopniu warunkowana jest przez wykorzystywane technologie oraz przez innowacyjność [8]. Konieczność podnoszenia efektywności gospodarowania pociągnęła za sobą wdrażanie coraz to nowocześniejszych metod matematycznych i statystycznych będących dotychczas przedmiotem rozważań teoretyków [11].

W celu ulepszenia funkcjonowania działalności magazynów stosuje się szereg metod – począwszy od zasobów ludzkich, po zasoby stricte związane z produktami. Powstało szereg systemów, w tym ekspertowych, które wykorzystują różne algorytmy sterowania przepływem dóbr: [7], [10], [20], [21]. Zarządzanie przepływami może zachodzić w skali makroekonomicznej – w gospodarce danego kraju, jak również w skali mikroekonomicznej – w przedsiębiorstwach i różnego typu organizacjach. Główną składową inwestycji, która podlega unowocześnianiu jest system magazynowy. Przewodnym celem systemów ulepszających przepływ dóbr jest minimalizacja kosztów. Przekłada się to na minimalizację miejsca składowania zasobów oraz zlikwidowanie przestoju w dostawach i sprzedaży. Integralnym elementem logistycznego łańcucha dostaw jest transport – opóźnienia z nim związane[9].

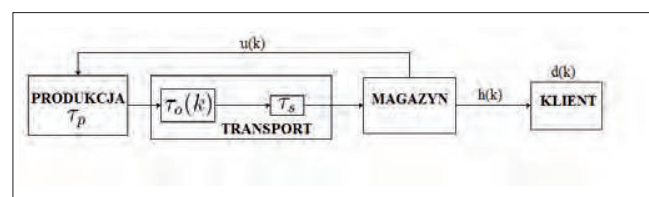
Systemy zarządzania gospodarką magazynową, opracowane na początku lat 60. XX wieku były pierwszymi systemami wspomagającymi zarządzanie przedsiębiorstwem. Współczesne tendencje pokazują, że rynek zmierza w kierunku pełnej automatyzacji produkcji, magazynowania oraz transportu wewnątrz zakładowego[6].

Odpowiednia polityka zarządzania zapasami ma kluczowe znaczenie dla wydajności produkcji i handlu oraz funkcjonowania systemów logistycznych [2]. Z punk-

tu widzenia logistyki, magazynowanie stanowi bufor w przepływie materiałów [12],[13]. Magazyn produkcyjny jest miejscem przechowywania materiałów, surowców, półproduktów itp. wykorzystywanych w procesie wytwarzania wyrobów, zaś magazynowanie jest jednym z elementów gospodarowania zapasami. W ujęciu systemowym magazyn produkcyjny można przedstawić jako obiekt systemu, w którym na wejściu są dostawy zwiększające stan zapasów a na wyjściu pobierane są materiały potrzebne do produkcji.

System magazynowy obejmuje główne składniki, które można scharakteryzować jako:

- działania związane z przygotowaniem i skompletowaniem zamówienia i przygotowaniem do wysyłki – występuje opóźnienie pomiędzy fazą produkcji, a dostarczeniem towaru
- kumulowanie produktów w oczekiwaniu na transport – związane ze środkiem transportu służącym do dostarczania zamówień. Występuje tutaj kolejne opóźnienie zmienne w czasie związane z ustalonymi terminami kursowania środków transportu, na przykład statków, co ma szczególne znaczenie w przypadku, gdy wielkość zamówienia nie uzasadnia czarteru całego środka transportu
- opóźnienie wynikające z przewozu zamówienia środkiem transportu
- kumulowanie dostarczonych produktów w magazynie pomniejszone o produkty zużywane lub sprzedawane do odbiorców końcowych.



Rys. 1. Schemat blokowy systemu magazynowego.
Źródło: opracowanie własne.

Ilustrację rozpatrywanego systemu magazynowego przedstawia rysunek 1. W przypadku magazynu dla jednego asortymentu (jeden rodzaj materiału) w modelu występuje jeden sygnał wejściowy, obrazujący dostawy i jeden wyjściowy obrazujący potrzeby produkcyjne.

¹ E. Chołodowicz – studentka na Wydziale Elektrycznym Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Artykuł recenzowany.

² Dr hab. inż. Przemysław Orłowski, prof. nadzw. ZUT – Katedra Sterowania i Pomiarów Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie.

Do analizy i modelowania przepływu dóbr w systemie magazynowym można wykorzystać metody opisane w [20], [22] oraz wybrane rezultaty z prac związanych z problematyką powstawania zatorów i blokad komunikacyjnych w sieciach komputerowych o zmiennych w czasie parametrach [1], [5], [14], [16], [18], [19].

Głównym celem artykułu jest adaptacja i rozbudowa modelu matematycznego systemu magazynowego. Innowacją jest uwzględnienie niestacjonarności występujących w systemie opóźnień związanych z wykorzystywanymi środkami transportu. Treść obejmuje analizę literaturową zagadnień związanych ze sterowaniem zapasami magazynowymi. Na bazie przeprowadzonej analizy zaproponowano model matematyczny systemu, a następnie dokonano jego wstępnej weryfikacji na drodze symulacji komputerowych w środowisku Matlab/Simulink dla różnych scenariuszy zachowania się rynku.

Model matematyczny

Ilość produktów, które potencjalnie mogą być sprzedane z magazynu, jest modelowana jako pewna, niezmienna z góry ograniczona funkcja czasu:

$$0 \leq d(k) \leq d_{\max} \quad (1)$$

Gdzie d_{\max} maksymalną ilością produktów sprzedawanych w jednostce czasu.

Chwilowe wartości $d(k)$ podlegają wahaniom w czasie i zależą od zapotrzebowania na rynku. Zapotrzebowanie na produkty jest w ogólności zmienne w czasie. Ilość produktów wysłanych z magazynu $h(k)$ jest również zależna od zapasów magazynowych $y(k)$ i spełnia następujące nierówności:

$$0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max} \quad (2)$$

oraz

$$0 \leq h(k) \leq y(k) \leq y_{\max} \quad (3)$$

ponadto

$$x(k) \geq 0, u(k) \geq 0 \quad (4)$$

Jeżeli ilość produktów w magazynie jest wystarczająco duża $y(k) \geq d(k)$, wówczas w chwili k zachodzi $d(k)=h(k)$.

Z punktu widzenia sterowania przepływem towaru istotne jest utrzymanie określonych zapasów w magazynie, niezależnie od chwilowych zmian zapotrzebowania klientów, tak, aby nie doszło do sytuacji w której magazyn będzie pusty, bądź ilość przechowywanych produktów będzie nadmierna lub wręcz przekracza pojemność magazynu y_{\max} .

W celu uwzględnienia w modelu zmiennego w czasie opóźnienia związanego z kumulacją produktów w oczekiwaniu na transport wprowadzono współczynnik wysyłki w chwili czasu k , określony w następujący sposób:

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{- wysyłka} \\ 1 & \text{- oczekiwanie na transport} \end{cases} \quad (5)$$

Ilość produktów wyruszających do magazynu w chwili czasu k będzie spełniać następującą zależność:

$$p(k) = (1 - q(k))x(k) \quad (6)$$

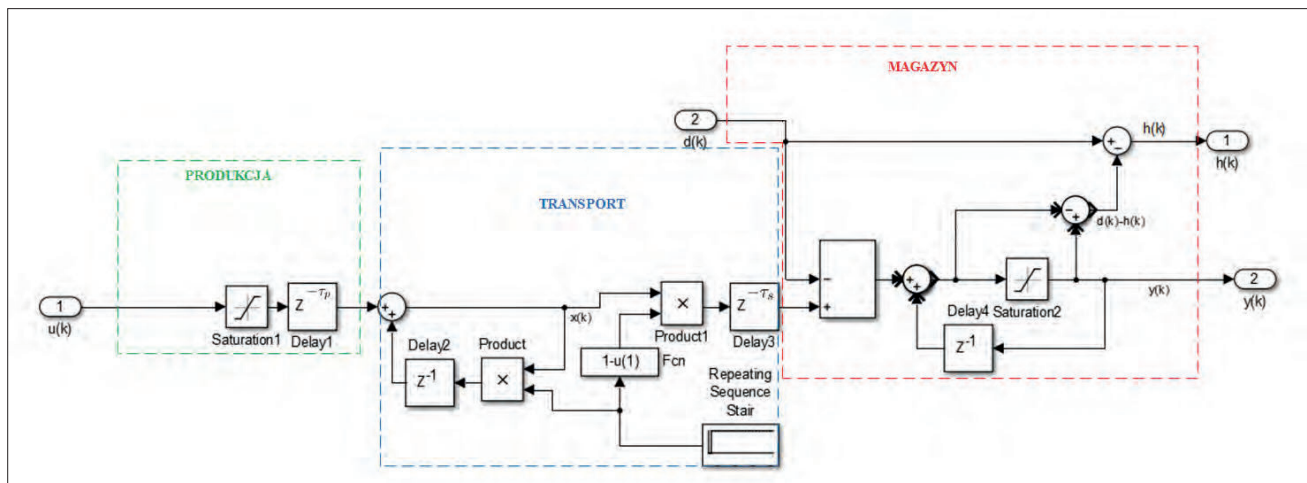
Ilość produktów oczekujących na wysyłkę w chwili czasu k , jest określona następującą zależnością:

$$x(k) = q(k-1)x(k-1) + u(k - \tau_p) \quad (7)$$

będzie zatem równa:

$$p(k) = \sum_{l=0}^k u(l - \tau_p) \prod_{i=l}^k q(i) \quad (8)$$

Ilość produktów zgromadzonych w magazynie w chwili czasu k , zwana stanem magazynu będzie zatem dana w następujący sposób:



Rys. 2. Model systemu.
Źródło: opracowanie własne.

$$y(k) = y(k-1) + (1-q(k))x(k-\tau_s) - h(k) \quad (9)$$

Kompletny dyskretny dynamiczny model można zapisać w następujący sposób:

$$x(k) = q(k-1)x(k-1) + u(k-\tau_p)$$

$$(10) y(k) = y(k-1) + (1-q(k))x(k-\tau_s) - h(k)$$

Przy założeniu, że znane są opóźnienia τ_p , τ_s oraz funkcja $q(k)$ dla $k \in \mathbf{N}$, powyższy model jest typowym liniowym, niestacjonarnym, dyskretnym modelem układu dynamicznego, dla którego można stosować metody podane między innymi w pracach [3], [4], [15], [17]. Szczegółowy schemat blokowy analizowanego systemu został przedstawiony na rysunku 2.

Na schemacie występują następujące opóźnienia:

τ_p – opóźnienie produkcyjne – związane z czasem potrzebnym na wyprodukowanie bądź skompletowanie zamówienia.

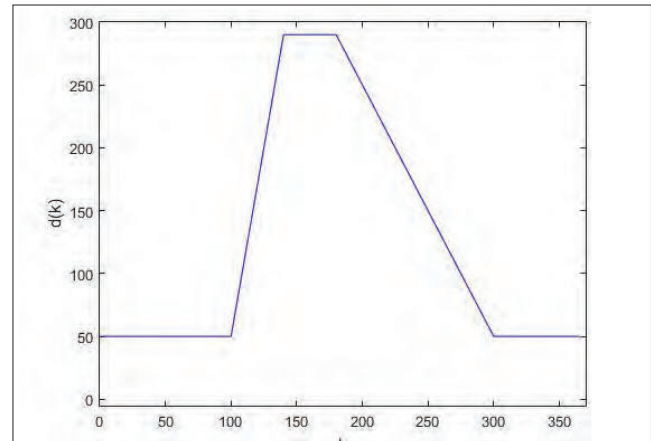
τ_s – interwał czasu – niezbędny na przetransportowanie zamówionych produktów do magazynu bez czasu oczekiwania na transport.

$\tau_o(k)$ – opóźnienie zależne od czasu związane z oczekiwaniem na środek transportu i kumulację zamówień.

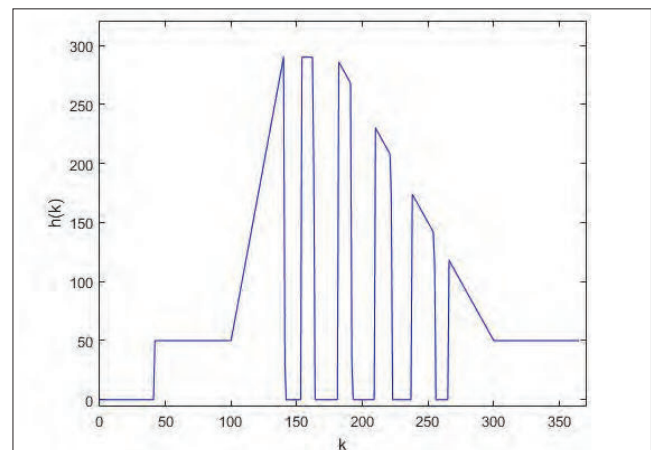
Symulacja

Do symulacji zastosowano liniowy, niestacjonarny, dyskretny model układu dynamicznego systemu magazynowego utworzony w programie Matlab/Simulink. Do rozważań przyjęto dwa scenariusze sytuacji na rynku oraz ilość przychodzącego w k -tym dniu zamówienia. W przykładzie dokonano symulacji komputerowej przepływu towarów w magazynie ze zmiennym w czasie opóźnieniem. Przedmiotem analizy jest wielkość zapasów w magazynie. Na potrzeby symulacji przyjęto, iż układ jest opisany dyskretnym, niestacjonarnym mode-

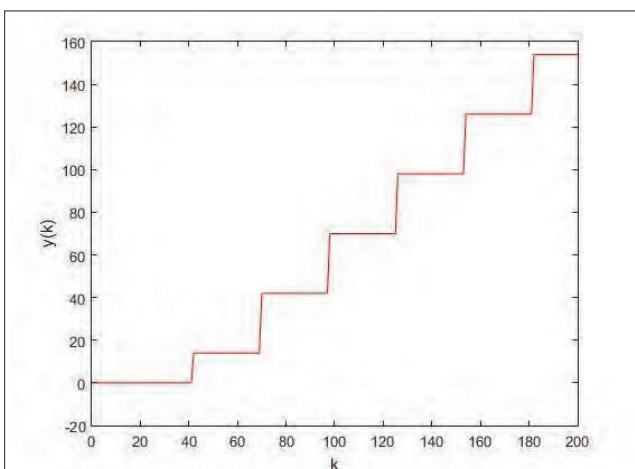
lem liniowym (10) z ograniczeniami sygnałów (1)–(4). Na potrzeby pierwszej symulacji numerycznej modelu (1)–(4),(10) przyjęto, scenariusz w którym brak jest zapotrzebowania ze strony klientów, czyli $d(k)=0$ i $h(k)=0$ oraz jednostkową znormalizowaną dopuszczalną ilość zamówienia k -tego dnia - $u(k)=1$. Na rysunku 3 pokazana



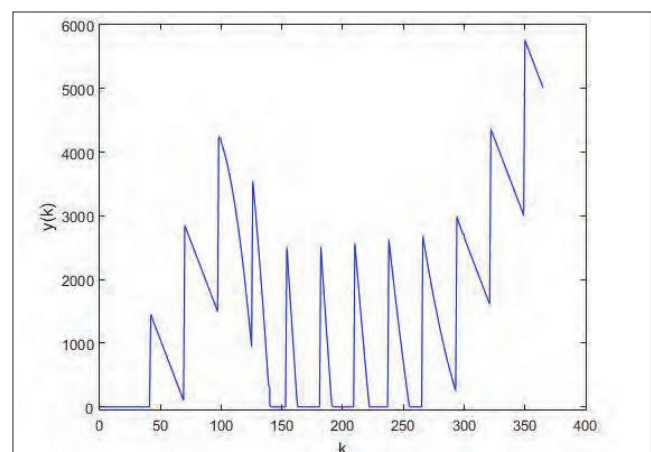
Rys. 4. Założona funkcja zapotrzebowania rynku na produkty dla scenariusza II.
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Ilość produktów wysłanych z magazynu w funkcji czasu dyskretnego dla założonej funkcji zapotrzebowania rynku – scenariusz II.
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 3. Odpowiedź skokowa układu – stan zapasów magazynowych w funkcji czasu dyskretnego – scenariusz I
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 6. Stan zapasów magazynowych w funkcji czasu dyskretnego dla założonej funkcji zapotrzebowania rynku – scenariusz II.
Źródło: opracowanie własne.

jest odpowiedź skokowa układu – ilość zapasów w magazynie przy braku wysyłek produktów z magazynu do klienta (braku zapotrzebowania).

Kolejne symulacje zostały przeprowadzone na rysunkach 5 i 6 z liniowym przebiegiem zapotrzebowania klientów na rysunku 4, zaś $u(k)=100$. Przyjęto początkowe zapotrzebowanie na 50 jednostek w jednostce czasu. Zakładany okres próbkowania wynosi 1 dzień. Zakładamy, że odbiór towarów przez firmę spedycyjną odbywa się raz na 4 tygodnie. Następuje zatem kumulacja produktów oczekujących na wysyłkę. Jako funkcję $q(k)$ przyjęto funkcję periodyczną, daną w następującej postaci:

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \text{rem}(k, 28) = 0 \\ 1 & \text{rem}(k, 28) \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

gdzie: funkcja rem jest resztą z dzielenia.

Z rysunku 4 oraz z analizy przebiegów można wnioskować, że w sytuacji, kiedy zmienia się zapotrzebowanie na rynku, zaś $u(k)=\text{const}$, przedstawiony model nie nadąża nad zmianami zapotrzebowania. Występują wtedy większe opóźnienia związane z dostarczeniem produktu do klienta. Gdy system zamawiania jest stały, $u(k)=\text{const}$, ilość towaru nie zapewnia doboru odpowiednich zapasów w magazynie w stosunku do zmiennego w czasie zapotrzebowania klientów.

Wnioski

Przeprowadzona analiza literaturowa tematu oraz opisane w pracy zależności umożliwiły stworzenie dyskretnego, dynamicznego niestacjonarnego modelu matematycznego systemu magazynowego. Uzyskane obecnie wyniki z badań symulacyjnych w środowisku Matlab/Simulink wykazują zgodność modelu z założeniami oraz potwierdzają poprawność działania dla rozpatrywanych warunków symulacji.

W dalszej kolejności planowane jest rozszerzenie prowadzonych prac o wykorzystanie modelu do syntezy optymalnego sterowania zamówieniami mające na celu optymalizację przepływu towarów w magazynie.

Streszczenie

W pracy dokonano analizy literaturowej zagadnień związanych z modelowaniem systemów magazynowych. Następnie zaproponowano dyskretny, dynamiczny model systemu magazynowego z uwzględnieniem opóźnień dostaw, opóźnień dotyczących realizacji zamówienia oraz zmiennych w czasie opóźnień związanych z oczekiwaniem na transport. Wskazano możliwość rozbudowy modelu w celu optymalizacji fizycznego przepływu produktów od producenta na rynek, począwszy od etapu wytwarzania, skończywszy na etapie doręczenia to-

Przemysłowe bramy segmentowe



Bramy szybkobieżne



Technika przeładunku



U nas masz wybór!

- Największy producent w Europie – ponad 75 lat doświadczenia w produkcji bram
- Najlepsze właściwości izolacyjne – współczynnik przenikania ciepła nawet $0,51 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})^*$
- Profesjonalne usługi serwisowe

* dotyczy przemysłowej bramy segmentowej SPU 67 Thermo z ThermoFrame

www.hormann.pl • 801 500 100
Opłata za połączenie zgodna z taryfą operatora

HÖRMANN
Bramy • Drzwi • Napędy



waru do klientów. Problem ten jest istotny w przedsiębiorstwach produkcyjnych i handlowych, które dążą do minimalizacji czasu realizacji operacji magazynowych i maksymalizacji przepustowości magazynu przy zapewnieniu ciągłości procesu produkcyjnego i sprzedaży. W końcowej części przedstawione są wyniki symulacji komputerowych w środowisku MATLAB/ Simulink.

Słowa kluczowe: układ niestacjonarny, matematyczny model magazynu, systemy dyskretne.

Dynamic discrete-time model of a warehouse system with time-varying delay

Abstract

This work includes analysis of the literature related to issues in the inventory control. On the basis of the analysis of the inventory system, we proposed mathematical model and then made its initial verification in the way of computer simulation in Matlab / Simulink for different scenarios of the market behavior. The simulation was designed to reflect the dynamic phenomena connected with inventory control. This is a suitable foundation to design a stable control strategy which will minimize lost service favorable circumstances (occurring when only a part of the required demand can be satisfied from the stock available at the distribution center. Such a model enables the use of existing synthesis methods of control to avoid demurrages and minimize their effects. A block diagram of an inventory system with delay varying in time is presented in Fig.1. The last part of this paper presents the results of a simulation of the developed model in Fig.2. The graph of this responses is shown in Figs. 3,5 and 6.

The paper presents a mathematical model of a warehouse system with time-varying delivery delay. The aim of this work is to adapt and extend the mathematical model and analyze the mechanism of flow of goods associated with inventory management. The work contains an introduction with literature review, simulation and potential future research directions. The first part of the paper is focused on crucial facts about the inventory phenomena over the years. There are a number of theorems and techniques that view inventory management from variant perspectives. Modern enterprises have to make inventory decisions that benefit the entire supply chain to maximize profit and minimize costs. In this article, we want to show not only the mathematics associated with proper inventory control but also the mechanism of managing inventory. Striking a balance between operating savings and the costs and capital requirements associated with larger stock is the fundamental problem of inventory policy.

Keywords: inventory control, inventory system, variable delay, discrete-time systems.

LITERATURA / BIBLIOGRAPHY

- [1] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, "Discrete-time sliding-mode congestion control in multisource communication networks with time-varying delay", *IEEE Trans. on Control Systems Technology* 19, (2010).
- [2] Zipkin P.H., *Foundations of Inventory Management*, McGraw-Hill, New York, 2000.
- [3] Orłowski P. Convergence of the Discrete-Time Nonlinear Model Predictive Control with Successive Time-Varying Linearization along Predicted Trajectories. *Electronics and Electrical Engineering*, Vol. 113, No. 7, p. 27-31, 2011.
- [4] Bartoszewicz, A., Nowacka-Leverton, A., 'Time-varying sliding modes for second and third order systems', (LNCIS, 382), (Springer, 2009).
- [5] Ignaciuk P., Bartoszewicz A., "Linear quadratic optimal sliding mode controllers for a single virtual circuit in a connection-oriented communication network," *Proceedings of the 13th IEEE/IFAC International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Szczecin, Poland*, p. 121-128, August 2007.
- [6] Sarjusz-Wolski Z., „Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie”, Warszawa 2000, „Nowoczesny Magazyn” nr 4, 5/2000.
- [7] Niemczyk A., *Magazynowe systemy informatyczne funkcjonalność systemów*, Instytut Logistyki i Magazynowania, 2004.
- [8] Stabryła A., Wawak S., *Problemy zarządzania organizacjami w społeczeństwie informacyjnym*, Encyklopedia Zarządzania, Mfiles pl, 2014, s. 227-230.
- [9] Nowakowski T., *Niezawodność systemów logistycznych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej Wrocław 2011, s. 8-10.
- [10] Dermout D., Weiss W., *Logistyczne sterowanie zapasami – komputerowe wspomaganie decyzji*, Międzynarodowa Konferencja Logistyczna „Logistics 2002 - Elastyczne łańcuchy dostaw - koncepcje, doświadczenia, wyzwania”, Poznań 14-15 maja 2002 r.
- [11] Sarjusz-Wolski Z., *Strategia zarządzania zaopatrzeniem*, PLACET
- [12] Beier F. J., *Logistyka*, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa 2004.
- [13] Skowronek C., Sarjusz-Wolski Z., *Logistyka w przedsiębiorstwie*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2003.
- [14] S. Grzyb, P. Orłowski, "Congestion control in computer networks - Application of piece-wise affine controller and particle swarm optimization", presented at 19th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), pp. 834-838, Miedzyzdroje, Poland, September 2-5 2014.
- [15] P. Orłowski, Complexity analysis of the piece-wise affine approximation for the car on the nonlinear hill model related to discrete-time, minimum time control problem, *Electronics and Electrical Engineering*, vol 20, no 10, p. 3-6, 2014.
- [16] S. Grzyb, P. Orłowski, "Congestion control in computer networks - Application of piece-wise affine controller and particle swarm optimization", in 19th Int. Conf. Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), Miedzyzdroje, Poland, 2014, pp. 834-838, doi: 10.1109/MMAR.2014.6957465.
- [17] P. Orłowski, "Generalized feedback stability for periodic linear time-varying, discrete-time systems" *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences - Polish Academy of Sciences*, vol. 60 no. 1. p. 171-178, 2012.
- [18] S. Grzyb, P. Orłowski, „Model matematyczny kanału komunikacyjnego z zatorym w sieciach o zmiennych w czasie parametrach”, *Pomiary Automatyka Kontrola*, vol. 59, no. 11, s. 1151-1154, 2013.
- [19] S. Grzyb, P. Orłowski, „Zastosowanie uproszczonych charakterystyk częstotliwościowych do analizy kanału komunikacyjnego o zmiennych w czasie parametrach”, *Pomiary Automatyka Kontrola*, vol. 60, no. 5, pp. 317-320, 2014.
- [20] Ignaciuk P., Bartoszewicz A., Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems.
- [21] H. Sarimveis, P. Patrinos, C.D. Tarantilis, and C.T. Kiranoudis, "Dynamic modeling and control of supply chain systems: a review", *Computers & Operations Research* 35 (11), p. 3530-3561 (2008).
- [22] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, "LQ optimal sliding mode-supply policy for periodic review inventory systems", *IEEE Trans. on Automatic Control* 55 (1), p. 269-274 (2010).

[A2]

Chołodowicz, E., Orłowski, P.: Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha. *Pomiary Automatyka Robotyka*, Tom: 19, Zeszyt: 3, Strony: 55-60, 2015

Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha

Ewelina Chołodowicz, Przemysław Orłowski

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, ul. Sikorskiego 37, 70-313, Szczecin

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki analizy literaturowej zagadnień związanych ze sterowaniem przepływem materiałów w systemach magazynowych. Na podstawie zaproponowanego dyskretnego, niestacjonarnego, dynamicznego modelu systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem stworzono układ sterowania. Przedstawiona koncepcja usprawnienia przepływu towarów wykorzystuje predyktor Smitha z regulatorem PID. Do doboru optymalnych nastaw parametrów układu regulacji zastosowany został algorytm genetyczny. Wskaźnik jakości skonstruowano na bazie: kosztów tworzenia i utrzymania zapasów oraz utraconych zysków, tj. różnic między zapotrzebowaniem a sprzedażą produktów. Wskaźnik ten odzwierciedla, jak system sterowania zamówieniami nadąża za zmieniającymi się potrzebami rynku. Problem ten jest istotny w przedsiębiorstwach produkcyjnych i handlowych, które dążą do minimalizacji czasu realizacji operacji magazynowych i maksymalizacji przepustowości magazynu przy zapewnieniu ciągłości procesu produkcyjnego i sprzedaży. Sformułowano opis matematyczny systemu sterowania oraz problemu optymalizacji. Dokonano jego implementacji stosując algorytm genetyczny. Przedstawione zostały wyniki badań symulacyjnych ukazujące jakość zaproponowanego układu regulacji w środowisku MATLAB/Simulink.

Słowa kluczowe: układ niestacjonarny, matematyczny model magazynu, systemy dyskretne, układ sterowania, predyktor Smitha, regulator PID

1. Wprowadzenie

U podstaw rozwoju metod i technik zarządzania produkcją znajduje się potrzeba poprawy jakości oraz głównie rynek charakteryzujący się dużą konkurencyjnością. Wywierana jest presja na przedsiębiorstwa, które poprzez podnoszenie jakości produktów starają się zwiększyć swoją atrakcyjność.

Zjawisko występowania przestoju w systemach magazynowych jest związane zarówno z czynnikami losowymi, takimi jak błędy pracowników, wypadki, katastrofy, kradzieże oraz wszelkiego rodzaju zakłócenia, jak i przede wszystkim z poziomem zastosowanej technologii.

Jedną z głównych metod pozwalających na zminimalizowanie strat jest dobór odpowiedniej polityki zarządzania zapasami. Współczesny magazyn jest bowiem postrzegany jako miejsce optymalizacji poziomu zapasów, skracania cykli realizacji zamówień, kształtowania poziomu obsługi klienta, a przez to obniżania kosztów logistycznych. Głównym powodem tworzenia zapasów jest konieczność wyrównywania różnych intensywności

strumieni przepływów [1]. Priorytetem jest zapewnienie odpowiedniego poziomu obsługi klientów z uwzględnieniem jakości i stosunku do całości zrealizowanych zamówień.

W krajach wysoko uprzemysłowionych główny kierunek rozwoju przemysłu to racjonalizacja przepływu materiałów, graniczna minimalizacja zapasów oraz redukcja cykli produkcyjnych [2]. W licznej grupie czołowych japońskich firm proces produkcyjny prowadzony jest przy niemal zerowym stanie zapasów [3].

Znaczna część kosztów logistycznych (przeważnie od 20 % do 30 %) jest generowana przez utrzymywane zapasy [4]. Znalezienie optymalnej wielkości poziomu zapasu, która uwzględni procesy zakupów (produkcji) i sprzedaży stanowi warunek dla skutecznego i efektywnego zarządzania zapasami [4]. Koordynacja tych procesów w logistycznym łańcuchu dostaw pozwala przedsiębiorstwu osiągnąć sukces na rynku.

W sterowaniu zapasami należy również uwzględniać także koszt braku (wyczerpania) zapasu [5]. W koszt ten wchodzi: koszty pośrednie – związane z możliwością przejścia klientów przez konkurencję (pogorszenie się wizerunku firmy) oraz koszty bezpośrednie – utrata marży handlowej na skutek braku towaru [1].

Trudno jest uzyskać zadowalające efekty związane z układem sterowania w systemach z opóźnieniem, co stanowi fundamentalny problem w wielu procesach regulacji. Z kolei magazyn umożliwia skracanie czasu upływającego między otrzymaniem zamówienia od klienta, a realizacją dostawy [2].

Podjęcie Rosenblatta i Rolla [6] optymalizuje trzy rodzaje kosztów: koszty związane z początkową inwestycją – budową

Autor korespondujący:

Ewelina Chołodowicz, cholodowicz.ewelina@gmail.com

Artykuł recenzowany

nadesłany 5.07.2015 r., przyjęty do druku 6.08.2015 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

i konserwacją, koszty niedoboru towarów i przestojów oraz koszty związane z polityką przechowywania proporcjonalne do reguły do zajmowanego miejsca w magazynie.

Powyższe przykłady wskazują na to, że rozwiązania zmierzające do minimalizacji kapitału, kosztów, a w efekcie do maksymalizacji zysku są zagadnieniem istotnym i potrzebnym.

Pojawia się coraz więcej metod usprawnienia przepływu materiałów w systemie magazynowym, które wykorzystują z kolei coraz to bardziej zaawansowane techniki sterowania [7–10].

W pracy [7] rozważany jest liniowy stacjonarny układ dyskretny ze stałym opóźnieniem do skutecznej kontroli systemów magazynowych z towarami łatwo psującymi się, z wykorzystaniem metod opartych na sterowaniu ślizgowym. W pracy [8] wykorzystano sterowanie liniowo-kwadratowe w celu wyeliminowania zagrożenia tzw. efektu byczego bicia (ang. *bullwhip effect*).

W przypadku obiektów uwarunkowanych niepewnością do sterowania systemami magazynowym sprawdzają się metody sztucznej inteligencji – w pracy [11] zastosowano logikę rozmytą do usprawnienia przepływu materiałów w magazynie.

Układy regulacji dla obiektów z opóźnieniem bazujące na koncepcji predyktora Smitha, mają szerokie zastosowanie nie tylko w procesach przemysłowych [12]. Do analizy i modelowania przepływu dóbr w systemie magazynowym można wykorzystać wybrane rezultaty z prac związanych z problematyką powstawania zatorów i blokad komunikacyjnych w sieciach komputerowych o zmiennych w czasie parametrach [13–17].

W niniejszej pracy zaproponowano układ sterowania dla systemu magazynowego polegający na adaptacji predyktora Smitha dla układu niestacjonarnego z ograniczeniami sygnałów oraz z optymalizacją parametrów układu z wykorzystaniem algorytmu genetycznego.

2. Model matematyczny

Model matematyczny systemu magazynowego wraz ze szczegółowym opisem został podany w pracy [18]. Poniżej podano najważniejsze informacje.

Liczba produktów, które potencjalnie mogą być sprzedane z magazynu jest modelowana jako pewna, nieznaną z góry ograniczona funkcja czasu: $0 \leq d(k) \leq d_{\max}$. Chwilowe wartości $d(k)$ podlegają wahaniom w czasie i zależą od zapotrzebowania na rynku. Zapotrzebowanie na produkty jest w ogólności zmienne w czasie. Liczba produktów wysłanych z magazynu $h(k)$ jest zależna od zapotrzebowania jak i od dostępnych zapasów magazynowych $y(k)$ i spełnione są następujące nierówności:

$$0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max}, 0 \leq y(k) \leq y_{\max} \quad (1)$$

Jeżeli liczba produktów w magazynie jest wystarczająco duża $y(k) \geq d(k)$, wówczas w chwili k zachodzi $d(k) = h(k)$.

Z punktu widzenia sterowania przepływem towaru istotne jest utrzymanie określonych zapasów w magazynie niezależnie od chwilowych zmian zapotrzebowania klientów, tak aby nie doszło do sytuacji, w której magazyn będzie pusty, bądź liczba przechowywanych produktów będzie nadmierna bądź wręcz przekraczająca pojemność magazynu y_{\max} . W celu uwzględnienia w modelu zmiennego w czasie opóźnienia związanego z kumulacją produktów w oczekiwaniu na transport wprowadzono współczynnik wysyłki produktów do magazynu w chwili k , określony w następujący sposób:

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{– wysyłka} \\ 1 & \text{– oczekiwanie na transport} \end{cases} \quad (2)$$

Liczba produktów oczekujących na wysyłkę do magazynu w chwili k , jest zależna od wielkości zamówień $u(k)$ określona następującą zależnością:

$$x(k) = q(k-1)x(k-1) + u(k - \tau_p) \quad (3)$$

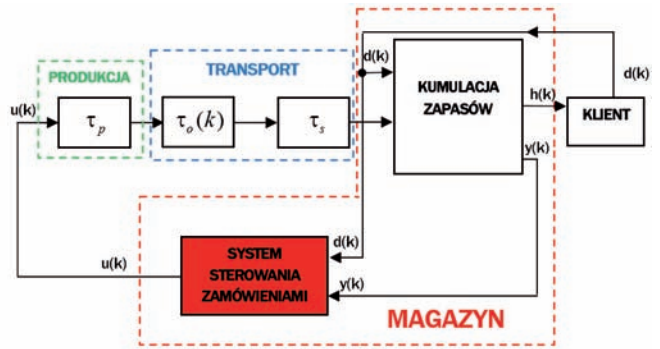
Liczba produktów zgromadzonych w magazynie w chwili k , zwana stanem magazynu, będzie zatem dana zależnością:

$$y(k) = y(k-1) + [1 - q(k - \tau_s)]x(k - \tau_s) - h(k) \quad (4)$$

gdzie: $x(k) \geq 0$, $u(k) \geq 0$,

τ_p – opóźnienie produkcyjne – związane z czasem potrzebnym na wyprodukowanie bądź skompletowanie zamówienia,

τ_s – opóźnienie spedycyjne – interwał czasu niezbędny na przetransportowanie zamówionych produktów do magazynu bez czasu oczekiwania na transport.



Rys. 1. Schemat blokowy systemu magazynowego ze sterowaniem
Fig. 1. Block diagram of inventory system with control

Przy założeniu, że znane są opóźnienia τ_p , τ_s oraz funkcja $q(k)$ dla $k \in N$, powyższy model jest liniowym, niestacjonarnym, dyskretnym modelem układu dynamicznego, dla którego można stosować metody podane m.in. w pracach [19–22] z zastrzeżeniem danych ograniczeń. Schemat blokowy analizowanego systemu został przedstawiony na rys. 1. Układ składa się z trzech głównych bloków: produkcji, transportu i magazynu. Opóźnienie zależne od czasu $\tau_o(k)$ związane jest z oczekiwaniem na środek transportu oraz z kumulacją zamówień.

3. Układ sterowania

W klasycznym układzie sterowania, zaprojektowanym bez uwzględnienia opóźnienia, jego wprowadzenie może działać destabilizująco lub negatywnie na jakość sterowania. Z tego względu w przypadku znacząco dużych opóźnień wykorzystywane są układy specjalne. Konstrukcja przedstawionego na rys. 2 układu sterowania bazuje na strukturze klasycznego predyktora Smitha. Jest to rodzaj regulatora predykcyjnego, który był opracowany z myślą o systemach sterowania, które charakteryzują się długimi oraz nieuniknionymi opóźnieniami. W jego strukturze zaimplementowano model bez opóźnień oraz samo opóźnienie, z dwiema pętlami sprzężenia zwrotnego.

Bazując na koncepcji sterowania układów z opóźnieniami z wykorzystaniem predyktora Smitha przyjęto, że przybliżony model układu bez opóźnień dany jest w następującej postaci:

$$\hat{y}_p(k) = \hat{y}_p(k-1) + u(k-1) - h(k) \quad (5)$$

oraz model opóźnienia zmiennego w czasie w postaci:

$$\hat{x}(k) = q(k-1)\hat{x}(k-1) + \hat{y}_p(k - \tau_p + 1) \quad (6)$$

$$\hat{y}(k) = [1 - q(k - \tau_s)]\hat{x}(k - \tau_s). \quad (7)$$

Model regulatora PID dla błędu sterowania modelu przybliżonego bez opóźnienia $\varepsilon(k)$ oraz błędu modelu przybliżonego z opóźnieniem $y(k) - \hat{y}(k)$ dany jest w postaci:

$$u(k) = k_1 \varepsilon(k) + u_I(k) + k_6 [\varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)] + k_3 [y(k) - \hat{y}(k)], \quad (8)$$

gdzie:

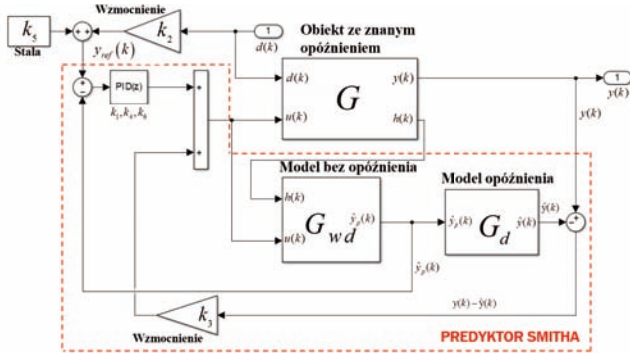
$$u_I(k) = u_I(k-1) + k_4 \varepsilon(k-1)$$

$$\varepsilon(k) = y_{ref}(k) - \hat{y}_p(k)$$

Przyjęto, że wartość referencyjna zapasów magazynowych $y_{ref}(k)$ jest funkcją zależną od zapotrzebowania [16] daną w postaci:

$$y_{ref}(k) = k_2 d(k) + k_5. \quad (9)$$

Schemat układu sterowania został przedstawiony na rys. 2. Zmienne od k_1 do k_6 są parametrami układu regulacji. Nastawy układu sterowania obliczono stosując algorytm genetyczny.



Rys. 2. Schemat blokowy układu sterowania dla systemu magazynowego

Fig. 2. A block diagram of the control system for the inventory system

Ze względu na to, że opóźnienie występuje dla wejścia $u(k)$, a nie występuje dla wejścia $d(k)$, przekształcenie modelu systemu magazynowego z opóźnieniem na połączenie kaskadowe modelu bez opóźnienia i modelu opóźnienia nie może zostać zrealizowane dokładnie tak, jak ma to miejsce w klasycznej strukturze predyktora Smitha dla układów o jednym wejściu i jednym wyjściu. W rozpatrywanym rozwiązaniu zastosowano zmodyfikowaną strukturę układu sterowania dla układów z dużymi opóźnieniami wykorzystującą ideę predyktora Smitha z przybliżonym modelem układu bez opóźnienia dla obiektu o dwóch wejściach i jednym wyjściu, przy czym opóźnienie występuje tylko dla wejścia $u(k)$.

Ze względu na przybliżony charakter modelu bez opóźnienia, występujący w zaproponowanej strukturze sygnał $\hat{y}(k)$ nie jest dokładnym odwzwiedleniem sygnału $y(k)$ wychodzącego z obiektu regulacji w całym horyzoncie czasowym. Zmodyfikowana struktura układu regulacji ze wzmacnieniem k_3 , która nie występuje w klasycznym układzie regulacji z predyktorem Smitha, została zaproponowana w efekcie przeprowadzonych badań empirycznych.

Na podstawie informacji o zapotrzebowaniu rynku na poszczególne produkty, układ sterowania wyznacza określoną liczbę produktów, które należy zamówić.

Głównymi czynnikami doboru sterowania jest minimalizacja kosztów i strat związanych z zajmowaną powierzchnią magazynu oraz przestojami.

Przestoje są sytuacją bardzo niekorzystną – zapotrzebowanie jest wówczas większe niż liczba sprzedanych produktów, gdyż zrealizowane zamówienia nie nadążają za zmieniającym się w czasie zapotrzebowaniem konsumentów. W tym celu tworzony jest zapas rezerwowy (buforowy) gwarantujący, że w kolejnych okresach zawartość magazynu nigdy nie spadnie do zera.

4. Kryterium optymalizacji

Zagadnienie optymalizacji układu sterowania wymaga sformułowania wskaźnika jakości procesu, który ma być optymalny. Rozważmy zagadnienie znalezienia optymalnych wartości parametrów k_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) układu dynamicznego przy ustalonej jego strukturze (rys. 2). W przypadku systemu magazynowego wskaźniki można opisać zależnościami:

$$j_1 = \sum_{k=n_0}^N [d(k) - h(k)] \quad (10)$$

$$j_2 = \sum_{k=n_0}^N y(k) \quad (11)$$

gdzie $n_0 = \tau_p + \tau_s + \tau_o$ (τ_p) jest skumulowanym opóźnieniem układu dla $u(k=0)$, a N jest długością horyzontu czasowego.

Zależność (10) reprezentuje utracone możliwości realizacji sprzedaży. Z kolei wyrażenie (11) dotyczy zajętości powierzchni magazynowej.

W rozważanym przypadku zastosowano skalaryzację funkcji celu do postaci sumy ważonej:

$$j = w_1 j_1 + w_2 j_2 \quad (12)$$

gdzie w_1 i w_2 to współczynniki wagowe.

Dla modelu opisanego zależnościami (1)–(4) oraz układu regulacji opisanego równaniami (5)–(9) i wskaźnika jakości danego w postaci (10)–(12) zadanie optymalizacji można zdefiniować w postaci:

$$\min_{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6} j \quad (13)$$

przy ograniczeniach:

$$k_1 \geq 0, k_2 \geq 0, k_3 \geq 0, k_4 \geq 0, k_5 \geq 0, k_6 \geq 0 \quad (14)$$

Zaproponowany układ ma na celu określenie optymalnej wielkości dostaw, która zapewnia minimalizację wskaźnika kosztu stanowiącego średnią ważoną łącznych kosztów zapasów, obejmujących koszty tworzenia zapasów i koszty ich utrzymania oraz utraconych korzyści, ograniczając ryzyko przestoju.

5. Badania symulacyjne

W przykładzie omówiono wyniki symulacji komputerowej przepływu materiałów w systemie magazynowym ze zmiennym w czasie opóźnieniem oczekiwania na transport. Przyjęto strukturę układu sterowania z rys. 2. Przedmiotem analizy jest wielkość zapasów w magazynie. Na potrzeby badań symulacyjnych układu sterowania dla dyskretnego, niestacjonarnego liniowego modelu z ograniczeniami sygnałów opisanego równaniami (1)–(4), układu regulacji opisanego równaniami (5)–(9) oraz wskaźnika jakości danego w postaci (10)–(12), przyjęto następujące wartości parametrów układu: $\tau_p = \tau_s = 14$, $w_1 = 1000$, $w_2 = 1$, $n_0 = 42$, $N = 1000$. Okres próbkowania jest równy 1 dobie. Do rozważań przyjęto zmienne w czasie zapotrzebowanie na rynku

(rys. 3). Jako funkcję $q(k)$ przyjęto funkcję periodyczną, daną w następującej postaci:

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \text{rem}(k, 14) = 0 \\ 1 & \text{dla } \text{rem}(k, 14) \neq 0 \end{cases} \quad (15)$$

gdzie funkcja rem jest resztą z dzielenia.

Do rozwiązania zadania optymalizacji (16)–(17) zastosowano algorytm genetyczny z następującymi parametrami: liczebność populacji 200, liczba osobników elitarnych 10, udział krzyżowania 0,8.

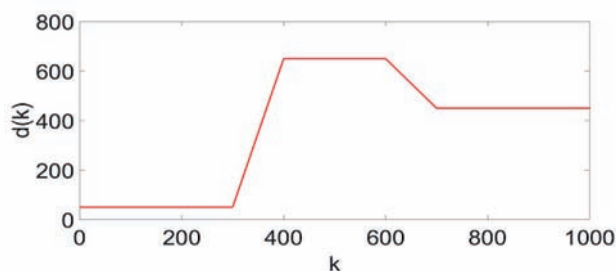
Rozwiązaniem zadania optymalizacji są następujące wartości parametrów:

$$k_1 = 1,26, k_2 = 56,7, k_3 = 0,853, k_4 = 0,138, k_5 = 342, k_6 = 0,113$$

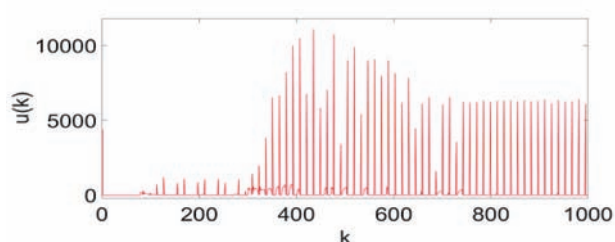
oraz odpowiadające im wartości wskaźników kosztu:

$$j = 1,03 \cdot 10^7, j_1 = 0,000377 \cdot 10^7, j_2 = 0,652 \cdot 10^7.$$

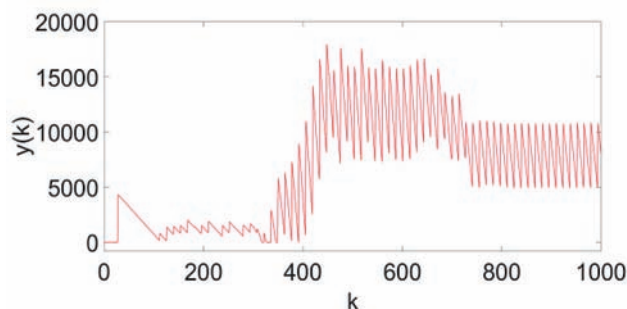
Dla przyjętych współczynników wagowych w_1 i w_2 utrzymywany poziom zapasów w magazynie (rys. 5) umożliwił pokrycie zapotrzebowania przez okres około 28 dni. Ze względu na wysoką wartość współczynnika $w_1 = 1000$ możliwe jest ograniczenie przestojów kosztem utrzymywania większych zapasów w magazynie. Wartość zapasów magazynowych $y(k)$ nadąża



Rys. 3. Założona funkcja zapotrzebowania rynku na produkty
Fig. 3. Presumed function of market demand for products



Rys. 4. Przebieg zamówień dla założonej funkcji zapotrzebowania rynku
Fig. 4. The course of orders for the presumed function of market demand



Rys. 5. Stan zapasów magazynowych w funkcji czasu dyskretnego dla założonej funkcji zapotrzebowania rynku
Fig. 5. The level of stocks in the discrete time function for the presumed function of market demand

w sposób w przybliżeniu liniowy za zapotrzebowaniem $d(k)$. Wartość referencyjna dla układu przybliżonego $y_{ref}(k)$ jest około dwukrotnie wyższa od maksymalnej wartości $y(k)$. Ze względu na różnicę między modelem przybliżonym bez opóźnienia a obiektem sterowania, w szczególności zmiennym w czasie opóźnieniem $\tau_o(k)$, w układzie występują rozbieżności między poziomami wartości sygnałów $y(k)$ oraz $\hat{y}_p(k)$. Dla układu przybliżonego bez opóźnienia dostawy są realizowane codziennie, podczas gdy w rozpatrywanym układzie dostawy następują nie częściej niż co 14 dni. Oznacza to, że wielkość zapasów magazynowych $y(k)$ musi pokryć co najmniej 14 kolejnych dni zapotrzebowania rynku $d(k)$. Maksima lokalne (rys. 5) występują w chwili dostarczenia zamówienia do magazynu, zaś wyznaczona przez układ sterowania wielkość zamówień przedstawia rys. 4.

6. Podsumowanie

W systemach magazynowych opóźnienie związane z czasem przejścia produktów od magazynu do klienta jest często zmienne w funkcji czasu. W środowisku MATLAB/Simulink przeprowadzono badania symulacyjne dla scenariusza zmian, w którym przyjęto, że:

- model dynamiczny jest niestacjonarny ze znacznym opóźnieniem, w układzie występują opóźnienia stałe i zmienne w czasie,
- priorytetem jest minimalizacja przestojów, co odzwierciedla duża wartość wagi we wskaźniku (12),
- układ jest autonomiczny i nie stanowi części łańcucha dostaw, w którym występują centra dystrybucyjne oraz ogniwa pośredniczące,
- zapotrzebowanie klientów jest zmienne w czasie, według przyjętego deterministycznego scenariusza zmian $d(k)$. Pomiar zapotrzebowania nie jest obciążony zakłóceniami o charakterze stochastycznym. Układ sterowania jest układem przy czynowym.

Ze względu na nieco inne podejście od prezentowanych w pracach związanych z zarządzaniem łańcuchem dostaw, w szczególności zmienne w czasie znaczne opóźnienia i inny cel układu regulacji, trudno o dokonanie szczegółowego porównania. Jednak zaprezentowaną metodę zarządzania zapasami, można w sposób uproszczony skonfrontować z klasyczną polityką zarządzania zapasami zawartą m.in. w [23], w której zamówienia są umieszczone na początku każdego okresu, tak aby zwiększyć poziom zapasów w górę do predefiniowanych poziomów na podstawie znanych, stałych w czasie opóźnień i zapotrzebowania rynku. Zaproponowane podejście oparte jest na modelu niestacjonarnym, zmiennym w czasie, przykładowym scenariuszu zapotrzebowania klientów oraz dokonywaniu zamówień w ilości i czasie określonym przez układ sterowania.

W następnych pracach planowane jest uwzględnienie wpływu przyjętego scenariusza na własności układu sterowania, stochastycznego charakteru zapotrzebowania odbiorców oraz uwzględnienie specyficznych efektów występujących w łańcuchu dostaw, m.in. efektu byczego bicza [23].

Bibliografia

1. Skowronek C., Sarjusz-Wolski Z., *Logistyka w przedsiębiorstwie*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2008.
2. Wróblewski K.J., *Podstawy sterowania przepływem produkcji [Foundations of production flow control]*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993.
3. Gola A., Korzan A., *Elementy komputerowo wspomaganego procesu sterowania produkcją z wykorzystaniem kart kanban*, Informatyczne Systemy Zarządzania, Vol. 2/2011, 39–51.
4. Dermout D., Weiss W., *Logistyczne sterowanie zapasami – komputerowe wspomaganie decyzji, Elastyczne łańcuchy dostaw – koncepcje, doświadczenia, wyzwania*, materiały kon-

- ferencyjne Logistics 2002, Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań 2002.
5. Sarjusz-Wolski Z., *Strategia zarządzania zaopatrzeniem: Praktyka logistyki biznesu*, Agencja Wydawnicza „Placet”, Warszawa 1998.
 6. Rosenblatt M.J., Roll Y., *Warehouse capacity in a stochastic environment*, International Journal of Production Research, Vol. 26, No. 12/1988, 1847–1851.
 7. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, Vol. 59, No. 1/2011, 39–49.
 8. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *LQ optimal sliding mode supply policy for periodic review inventory systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 55 No. 1/2010, 269–274.
 9. Leńniewski P., Bartoszewicz A., *Non-switching reaching law based discrete time quasi-sliding mode control with application to warehouse management problem*, World Congress. Vol. 19, No. 1/2014.
 10. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *Linear-quadratic optimal control of periodic-review perishable inventory systems*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 20, No. 5/2012, 1400–1407.
 11. Rudnik K., Franczok K., *Usprawnienie przepływu materiałów w magazynie na przykładzie sterowania rozmytego*, „Logistyka”, Nr 4/2014.
 12. Miall R.C., Weir D.J., Wolpert D.M., Stein J.F., *Is the cerebellum a smith predictor?* Journal of Motor Behavior, Vol. 25, No. 3/1993, 203–216.
 13. Grzyb S., Orłowski P., *Congestion control in computer networks - Application of piece-wise affine controller and particle swarm optimization*, in 19th Int. Conf. Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), Międzyzdroje, Poland, 2014, 834–838, DOI: 10.1109/MMAR.2014.6957465.
 14. Grzyb S., Orłowski P., *Model matematyczny kanału komunikacyjnego z zatoryem w sieciach o zmiennych w czasie parametrach*, „Pomiary Automatyka Kontrola”, Vol. 59, Nr 11/2013, 1151–1154.
 15. Grzyb S., Orłowski P., *Zastosowanie uproszczonych charakterystyk częstotliwościowych do analizy kanału komunikacyjnego o zmiennych w czasie parametrach*, „Pomiary Automatyka Kontrola”, Vol. 60, Nr 5/2014, 317–320.
 16. Grzyb S., Orłowski P., *Congestion feedback control for computer networks with bandwidth estimation*, Proc. 20th Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), Międzyzdroje, Poland, 2015.
 17. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *Discrete-time sliding-mode congestion control in multisource communication networks with time-varying delay*, IEEE Trans. on Control Systems Technology 19, 2010.
 18. Chołodowicz E., Orłowski P., *Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem*, „Logistyka”, Nr 4/2015, 31–35.
 19. Orłowski P., *Convergence of the Discrete-Time Nonlinear Model Predictive Control with Successive Time-Varying Linearization along Predicted Trajectories*, Electronics and Electrical Engineering, Vol. 113, No. 7/2011, 27–31.
 20. Bartoszewicz A., Nowacka-Leverton A., *Time-varying sliding modes for second and third order systems*, Vol. 382, Springer, 2009.
 21. Orłowski P., *Complexity analysis of the piece-wise affine approximation for the car on the nonlinear hill model related to discrete-time, minimum time control problem*, Electronics and Electrical Engineering, Vol. 20, No. 10/2014, 3–6.
 22. Orłowski P., *Generalized feedback stability for periodic linear time-varying, discrete-time systems*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences – Polish Academy of Sciences, Vol. 60, No. 1/2012, 171–178.
 23. Luong H.T., *Measure of bullwhip effect in supply chains with autoregressive demand process*, European Journal of Operational Research, Vol. 180, No. 3/2007, 1086–1097.

Inventory goods flow control system using Smith predictor

Abstract: There are a number of theorems and techniques that view inventory management from variant perspectives. The recent progress in research has resulted in innovative and more general techniques that can reduce the supply chain costs fundamentally. Modern inventory control is anchored in vastly advanced and complex models, which require considerable computational efforts. In this paper, we use a mathematical model of a warehouse system with time-varying delivery delay and adapt control system in order to apply it to the problem of goods flow in inventory systems. On the basis of the analysis of the inventory system, we propose a control system, then made its initial verification in the way of computer simulation in MATLAB/Simulink. The concept of improving the flow of materials is based on the structure of the Smith predictor and the PID controller. We perform optimization studies using genetic algorithm. Two quality indicators are subjected to minimization: the total costs of creating and maintaining inventories and differences between the demand and sales of products – the value of providing on whether the storage system keep up with the changing needs of the market (avoid stoppages). In this article, we mainly want to show that our idea of control system is able to achieve a high service level with maintaining a given inventory capacity to avoid redundancy.

Keywords: inventory control, inventory system, variable delay, discrete-time systems, Smith predictor, control systems, PID controller

Ewelina Chołodowicz

cholodowicz.ewelina@gmail.com

Studentka na Wydziale Elektrycznym, Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Laureatka projektu „Zachodniopomorskie Talenty – Regionalny System Stypendialny” w latach 2011/2012. Aktualne zainteresowania naukowe dotyczą wybranych zagadnień modelowania, symulacji i sterowania układów dynamicznych.



dr hab. inż. Przemysław Orłowski, prof. ZUT

przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

Profesor nadzwyczajny w Katedrze Sterownia i Pomiarów Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Główne kierunki badań naukowych to analiza i synteza układów sterowania, w szczególności układy dyskretne, układy niestacjonarne, układy nieliniowe i układy niepewne.



[A3]

Chołodowicz, E., Orłowski, P.: A periodic inventory control system with adaptive reference stock level for long supply delay. *Measurement Automation Monitoring*, Tom: 61, Zeszyt: 12, Strony: 568-572, 2015

Ewelina CHOŁODOWICZ, Przemysław ORŁOWSKI
WEST POMERANIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY SZCZECIN, Szczecin, Poland

A periodic inventory control system with adaptive reference stock level for long supply delay

Abstract

Modern inventory control is anchored in vastly advanced and complex models, which require considerable computational efforts. In this paper, we use a mathematical model of an inventory system with large supply delay and control system in order to optimize goods flow in inventory systems. The paper proposes the use of automatic control systems to control the system for supplementary orders. A discrete-time, dynamic model of the warehouse system is assumed for the analysis. For the given model, two automatic control systems: adaptive and classical non-adaptive periodic inventory systems, are analyzed. The non-adaptive control system is well known in the literature and the second one is its extension. The parameters of the control system are tuned by minimizing the cost function using a genetic algorithm for the assumed scenario for the market demand. Results of numerical simulations of the dynamical system and selected results in the objective space are presented in the paper.

Keywords: inventory control, inventory system, delay system, discrete-time systems, control systems, periodic inventory system.

1. Introduction

Nowadays, increase in the global competition in the world market what makes the supply chain management more critical and essential. The inventory management is one of the main pillars of supply chain policy. Acting as a buffer to smooth production in response to demand fluctuations is determined as the main role of inventory. In fact, there is a plenty of reasons for keeping inventories. The most significant is to satisfy the demand during the replenishment period in order to prevent lost sales. Predictability, fluctuations in demand, unreliability of supply, price protection, quantity discounts, lower ordering costs [19] are also important reasons for obtaining and holding inventory. It is utmost important to maintain the right balance between demand and orders with a view to minimizing costs. What is more, inventory is a protection against fluctuations in demand – facilitate satisfying customer demands. Inventory costs generally fall into ordering costs and maintenance costs [19].

The stabilizing effect of inventory in a supply chain was investigated by Baganha [4]. On the other hand, empirical data and experience with management games suggest that, in most industries, inventory management policies can have a destabilizing effect by increasing the volatility of demand as it passes up through the chain („the bullwhip effect”) Baganha [4]. The bullwhip effect has been noted and assigned to various causes across a range of academic disciplines [18]. The concept stems from Forrester’s Industrial Dynamics [14]. Forrester is a forerunner of the bullwhip effect. However, the term Bullwhip Effect was coined by Procter & Gamble management [7]. The traditional conceptual definition of bullwhip was described by Lee [16] as “the phenomenon where orders to the supplier tend to have larger variance than sales to the buyer (i.e., demand distortion), and the distortion propagates upstream in an amplified form (i.e., variance amplification).

The phenomenon in which variance of demand is amplified when moving upstream – has attracted the attention of many researchers for the last few decades. The existence of the bullwhip effect in supply chains is identified in several papers: [5], [6]. It is shown that production is more variable than sales. It has been recognized that demand forecasting and ordering policies are two of the key causes of the Bullwhip Effect [7]. Identified five major causes of the bullwhip effect are pointed by Lee [16] i.e., forecasting, non-zero lead-time, order batching, supply shortages, and price fluctuations, and discussed the conditions under which the increase in order variance will not occur.

The paper presents a comparative analysis of selected control algorithms involving supplementary orders to the inventory in the presence of high and variable time delays. The adopted tuning criterion of the control systems is minimizing the rate of cost which represents the weighted sum of lost sales due to shortages and total carrying costs. The profound research was conducted into optimization of control system structures: the classic periodic inventory system and the periodic inventory system with adaptive maximal inventory level. The two control systems are evaluated on the basis of the model proposed by Chołodowicz and Orłowski [11]. Parameters were selected for each of the control system structures through solving optimization tasks for a specific scenario of variable market demand using a genetic algorithm. To be precise, these solutions were obtained for the different weight coefficient and for classic and adaptive periodic inventory control system structures. The value of the bullwhip effect indicator is the additional criterion of the analysis. The bullwhip effect was measured for each tuned control system.

The main achievement of this research is a comparison of two control strategies for the inventory goods flow. The profound research was conducted into parameter optimization of two control system structures: the classic periodic inventory system and the periodic inventory system with adaptive maximal inventory level. The concept of a classical periodic inventory system is excerpted from literature. Parameters are selected by solving optimization tasks for a specific scenario of variable market demand using a genetic algorithm in Matlab/Simulink.

2. The mathematical model

The number of products that could potentially be sold from the store is modelled as a certain, unknown in advance limited function of time: $0 \leq d(k) \leq d_{\max}$, where d_{\max} is the maximum number of products sold per unit of time. Instantaneous values of $d(k)$ fluctuate in time and depend on the market demand. Demand for the products is generally variable in time. The number of products shipped from the inventory $h(k)$ depends on the demand, as well as the available stocks $y(k)$ and the following inequalities are held:

$$0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max}, \quad 0 \leq y(k) \leq y_{\max} \quad (1)$$

If the quantity of products in stock at time k is sufficiently large, it means that: $d(k) = h(k)$.

From the standpoint of controlling the flow of goods, it is important to maintain certain stocks in the inventory, regardless of transient changes in the customer demand, so as to avoid a situation in which the warehouse is empty or the quantity of the stored products is excessive, or even exceeds the storage capacity y_{\max} . The product quantity stored in the inventory at the moment k , called the stock, is given by:

$$y(k) = y(k-1) + u(k - \tau_p - \tau_s) - h(k) \quad (2)$$

where: $x(k) \geq 0, u(k) \geq 0, \tau_p$ – production delay – related to the time required to produce or complete the orders, τ_s – forwarding delay – the time interval indispensable to transport the ordered products to the inventory without waiting time for transport.

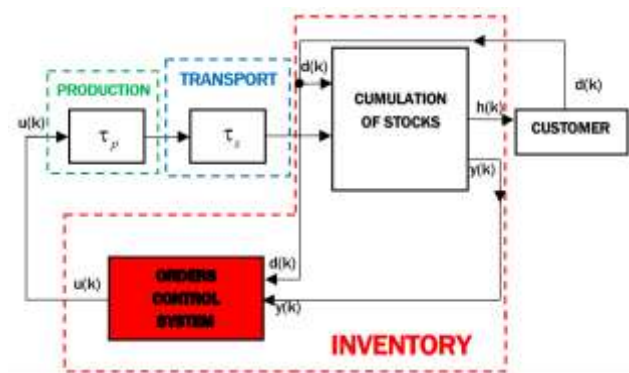


Fig. 1. Block diagram of the inventory system with control

The block diagram of the analyzed system is shown in Fig.1. The system consists of three main blocks: production, transport and storage.

3. Description of the control system

There are many types of inventories. Each of them does not require same policy because the form of inventories depends upon its specific destiny. In this work, one type of product is considered and it is assumed that the supply chain is composed just of one manufacturer, a retailer and a customer. Due to the similarity between the considered class of systems and engineering processes, it is a natural choice to apply control-theoretic methods in the design and analysis of strategies governing the flow of goods. The main purpose of the control selection is to minimize the costs relating to occupation of the surface of the inventory and losses relating to shortages. Shortage is an extremely disadvantageous situation - the demand is greater than the amount of products, because orders have not keep up with the time-variable changing needs of customers. For this purpose, there is formed a supply reserve (buffer) in order to avoid lack of products in subsequent periods. The control system determines a certain amount of products to be ordered on the basis of the market demand. The two basic questions of the fundamental problems of logistics are “in what” quantity and — “when” to resupply stock [9]. There are several replenishment techniques attempt to answer this primary questions.

As a result, a class of inventory models has been designed to cope with situations where the demand level fluctuates. The two classic systems for managing independent demand inventory are periodic review and perpetual review systems [17]. We use a conception of the classical periodic inventory system to create its modified version with adaptive stock level. To analyze the behavior, it is essential to create a mathematical description of the investigated control systems:

A. Classical periodic inventory system (CPIS)

The distinguishing feature of the classical periodic inventory system with one parameter is that the review period is fixed, but order quantity, demand rate and reorder point are variable. The order quantity is the maximum inventory level minus the inventory position on the review date. In this system, the inventory position is checked only at specified time intervals [17].

The control action can be described in the following way:

$$u(k) = \begin{cases} k_1 - y(k) & \text{for } \text{rem}(k,14) = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

where $\text{rem}(a,b)$ means the remainder of a after division by b .

The auxiliary function rem occurring in equation (2) is used to achieve a constant cycle of procurement. The controller has only one parameter to tune – the maximal inventory level k_1 . The

control system from the investigated case makes orders with a view of the time between the order and delivery.

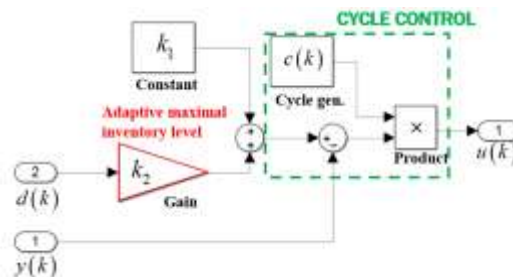


Fig. 2. Block diagram of the control system for Periodic Inventory System with adaptive maximal inventory level

B. Periodic inventory system with adaptive maximal inventory level (PIS-AMIL)

The use of a control system with constant maximum inventory level is appropriate in a situation where the demand is constant or does not change significantly over time. The control system with adaptive setpoint was successfully used in the associate issues e.g. for packet flow control in computer networks with significant changes in available bandwidth over time [15]. This approach employs a linear relationship between the demand $d(k)$ and the maximal inventory level y_{\max} with connection to the classical periodic inventory system, which gives an opportunity to the adaption of the maximum level of inventory in stock. The additional factor k_2 is introduced in order to enable adaptation depending on the market demand. Both factors k_1, k_2 make an affine function of the maximal inventory capacity depending on the market demand. The block diagram of the proposed control structure with adaptive maximal inventory level is shown in Fig. 2 and is given in the following form:

$$u(k) = \begin{cases} k_1 + k_2 d(k) - y(k) & \text{for } \text{rem}(k,14) = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

4. Optimization criterion

The desired level of inventory can neither be high or low because high level of inventory will lead to increase in carrying cost while low level of inventory will lead to increase in ordering costs. This process requires a special method, which provides a compromise between these two indicators. A numerical optimization is employed in order to find the solution. The optimization helps to fulfil the tasks of inventory management: looking after the amount of stock, the quantity of order and the order time to protect the regular and planned course of production against the random disturbance of running out of materials and goods. It is extremely important to use the simplest model for the optimization for a certain problem in numerical optimization issues – as simple as possible. Simplification of the optimization model not only contributes to reducing the calculation time but also enables you to find solutions closer to the global minimum repeatedly in the case of multimodal issues.

The issue of optimal control requires a mathematical formulation of the process performance index to be optimal. Consider the problem of finding the optimal values of the parameters $k_i, i=1, 2$ of a dynamical system with fixed structure from Fig. 2. For the inventory system, the indicators can be described by the following relations:

$$j_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N (d(k) - h(k)) \quad (5)$$

$$j_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N y(k) \tag{6}$$

where: $n_0 = \tau_p + \tau_s$ is a cumulative delay, N is the length of the time horizon.

Equation (5) represents lost sales due to shortages. In turn, expression (6) concerns the maintenance costs. In the present case, the weighted sum scalarization of the objective function is used:

$$j = w_1 j_1 + w_2 j_2 \tag{7}$$

where w_1 and w_2 are the weighting factors.

For the given model (1)–(2), the control systems described by equations (3)–(4) and the cost function in the form of (5)–(7), the optimization problem can be defined in the following form:

$$\min_{\mathbf{k}} j \tag{8}$$

where the optimization variables and constraints are dependent on the controller structure:

$$\mathbf{k} = [k_1], k_1 \geq 0 \text{ for eq. (3)}$$

$$\mathbf{k} = [k_1, k_2], k_1 \geq 0, k_2 \geq 0 \text{ for eq. (4)}$$

The proposed system is aimed at determining the optimal size of orders, which minimizes the weighted cost function, including the cost of stocking and maintenance costs and lost benefits, reducing the risk of shortages.

5. Simulation research and analysis

In this section we present computer simulations of material flow in the inventory. The structures of control systems from Section 3 are applied. The main purpose of this section is to analyse properties of two different control structures: *the classical periodic inventory system* and its modification: *the periodic inventory system with adaptive maximal inventory level*.

For the simulation of the inventory control systems described by equations (3)–(4) and the cost function in the form of (5)–(7), the following values of the system parameters are held: $\tau_p = \tau_s = 14$, $w_1 = 60$, or $w_1 = 530$, $w_2 = 1$, $N = 1000$.

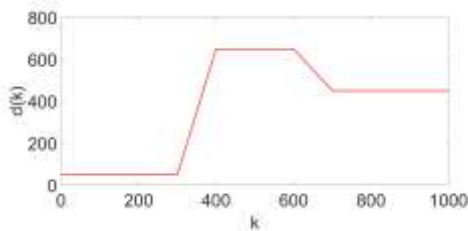


Fig. 3. Presumed function of the market demand for products – trapezoidal signal

The sampling period is 1 day. Tuning the control system parameters is based on the criterion (8) and the time varying market demand signal plotted in Fig. 3. The optimization problem (8) is minimized using a genetic algorithm with parameters: population size 50, elite count: 2., crossover fraction: 0.8. The optimal controller parameters for the control system obtained for different weights are collected in Table 1. The genetic algorithm received great attention and was successfully applied to other problems in the supply chain environment: [13], [12], [20], [1].

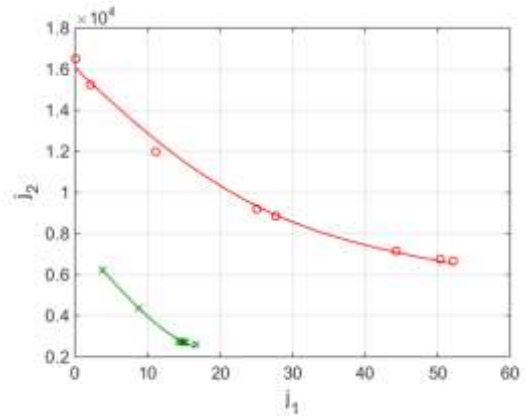


Fig. 4. Objective space for the two inventory control systems

The Pareto front with shortages cost and holding cost calculated for 11 logarithmic spaced weights in the range $\langle 40, 1000 \rangle$ given in Table 1 and the signal from Fig. 3 is depicted in Fig. 4. The points of the Pareto front for the PIS-AMIL are marked by ‘x’ and the green smoothing line, whereas for the CPIS control system are marked by the red circles and the red smoothing line. It is clearly visible that the solutions of the CPIS control system are dominated by the solutions of the PIS-AMIL control system.

Tab. 1. Optimal controller parameters for the control system

w_1	CPIS		PIS-AMIL		
	$k_1 [\times 10^4]$	$j [\times 10^3]$	k_1	k_2	$j [\times 10^3]$
40	1.21	8.77	1.06e-4	27.3	3.28
60	1.24	9.79	44.6	27.5	3.61
80	1.28	10.7	40.2	27.5	3.91
110	1.44	11.9	32.4	27.7	4.34
150	1.47	13.0	44.0	27.6	4.93
200	1.47	14.2	439	31.4	6.13
280	1.71	15.1	31.7	27.7	6.78
380	1.98	16.0	395	36.9	7.66
530	1.98	16.3	374	36.9	8.24
730	2.09	16.5	392	36.9	8.99
1000	2.09	16.5	413	36.8	9.99

To highlight the comparison, we analyze the stock level response for different control systems, weights and consumers demands. All the solutions found for the CPIS in Fig. 4 are dominated by the PIS-AMIL solution. It means that the phenomenon of shortages and inventory redundancy occurs less than in the classical periodic inventory system.

Let us now focus on the solutions for $w_1 = 60$. The classical periodic inventory system has about 24 times higher inventory level than the periodic inventory system with adaptive maximal inventory level at the moment $k = 41$. Therefore, the first shortage after delivery of the first order occurred between day 96 to 111 for the PIS-AMIL and day 375 for the CPIS control system. The cyclical short shortages appearing in the PIS-AMIL disappeared completely when the demand reached the constant level on day 400 and the occurrence of linear falling demand.

Despite the fact that at the time when demand is constant for $k \in \langle 400, 600 \rangle$ PIS-AMIL inventory level is higher about 3000 units than CPIS. What is important, in PIS-AMIL in this period there is no shortage, while the CPIS from 400 to 700 day has shortages (lasting four days, appearing every 10 days, this situations continues for about 300 units). The period for $k > 700$ is similar for both control systems, which is caused by a similar reference stock level.

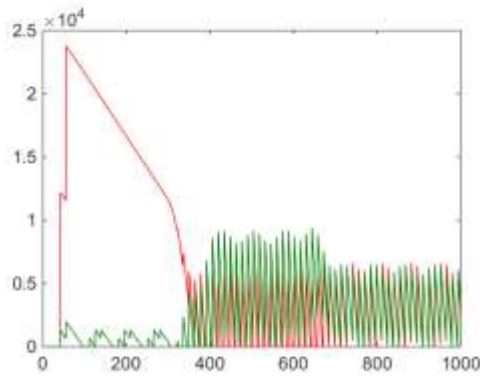


Fig. 5. The level of stocks of four control systems as a discrete time function for the presumed function of market demand, where $w_1=60$

The situation is similar in Fig. 6 for $w_1=530$. The day 42 highlighted the differences between the two systems. Similarly, CPIS has about 12 times larger stock than PIS-AMIL. Now the difference between stocks is 2 times lower, because the stock level increased 4 times for PIS-AMIL compared with $w_1=60$. It is because the weight of the cost for shortages increased, so the control systems were made to store bigger stock to provide customer satisfaction as long as possible. It can be seen that for the higher weight $w_1=50$ corresponding to the higher cost of shortages, the maximal stock level increased about 2 times for the CPIS, and about 4 times for the PIS-AMIL – shortages appearing after 41 days were eliminated completely.

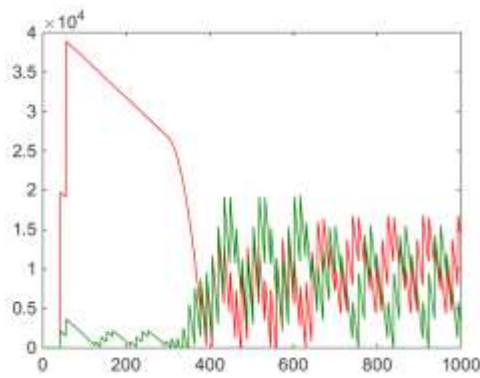


Fig. 6. The level of stocks of four control systems as a discrete time function for the presumed function of market demand for trapezoidal signal, where $w_1=530$

The desired level of inventory can neither be high or low because high inventory level leads to increase in carrying cost while low level of inventory leads to increase in ordering costs. It means that a single proportional regulator (CPIS) cannot keep up with the adequate orders course with a view to the demand signal.

In addition, we calculate the variance amplification for the analyzed systems, which is known in the literature [10] – measure of the bullwhip effect. The bullwhip effect is a wasteful phenomenon that occurs due to a lack of information across the supply chain. Two primary definitions of bullwhip effect measurement exist. The first measurement method consists in comparing the order variance with the demand variance [16] where order can also be explained as production release in a manufacturing setting. The second definition, used in most empirical studies, compares the variance of order receipts (or shipments) with the variance of sales. The bullwhip measurements based on these two definitions are usually a good approximation of each other (as the material flow more or less follows the information flow), but they differ in concept.

We conduct a measure of bullwhip effect, which is defined as the ratio between the variance of order quantity and the variance of demand. Then we discuss the linkage between the bullwhip measure and weights of the cost function. For a detailed

discussion on the different implications between the uncertainty propagation and variability propagation along the supply chain, we refer the readers to works: [2], [3], [8]. Fig. 7 shows how the weight of the cost function impacts the bullwhip effect measure.

Marks are identical as those in Fig. 4. The values of bullwhip should be possibly small. Generally, the CPIS control system has the biggest BWE values for $w_1 < 150$ (see Fig. 5). The PIS-AMIL control system has smaller values of BWE for $w_1 > 150$. The point $w_1=150$ is mutual.

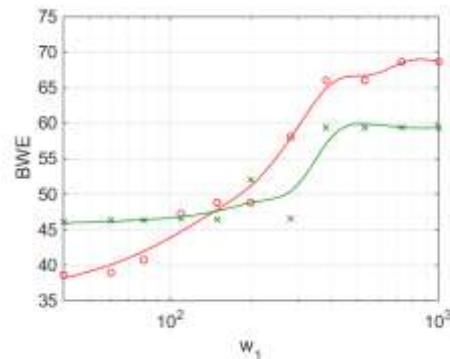


Fig. 7. Impact of the weight of the cost function on bullwhip effect indicator

6. Conclusions

The proposed structures of the systems enable automatic order control for the inventory with a large 28 days delay in differ service quality. Our analysis shows that imposing a finite capacity to the system has a smoothing effect on the order variability. On the basis of the signal, we can decide how control systems react for the demand and verify the quality of the control system as well as test whether it is adequate to the demand signal. The empirical results shown in Figs. 5 and 6 reflect the differences between these two control inventory systems. The system response indicates the weaknesses of the CPIS structure. The system response of the CPIS in Figs. 5 and 6 is characterized by an inappropriately large increase in stock in the initial period of the simulation. The increase is almost 24 and 12 times larger than that in the structures PIS-AMIL. The use of this control algorithm for systems with long delays is not advisable. One the other hand, the time responses for the system PIS-AMIL show the adequate level of orders and stocks, also in a wide range of changes –keeping stock at the minimum level.

On the basis of the investigation results, we tried to answer: how the structure of the control system impact on the properties of the control inventory control system. The structure of the CPIS – does not provide appropriate reaction for high varying demands, the reference inventory level is inappropriate. The system with adaptive reference stock level PIS-AMIL has much better performance. The simulation results indicate that the proposed approach can make an effective tracking of a given demand.

7. References

- [1] Abdelmaguid T. F., Dessouky M. M.: A genetic algorithm approach to the integrated inventory-distribution problem. *International Journal of Production Research*, 44.21, 2006, 4445-4464.
- [2] Aviv Y.: A time-series framework for supply-chain inventory management. *Operations Research*, 51.2, 2003, 210-227.
- [3] Aviv Y.: The effect of collaborative forecasting on supply chain performance. *Management science*, 47.10, 2001, 1326-1343.
- [4] Baganha M. P., Cohen M. A.: The stabilizing effect of inventory in supply chains. *Operations Research*, 46.3-supplement-3, 1998, p. 72-S83.

- [5] Blanchard, O.J.: The Production and Inventory Behavior of the American Automobile Industry. *Journal of Political Economy*, 92, 1983, 365-400.
- [6] Blinder, A. S.: Retail Inventory Behavior and Business Fluctuations. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1981, 443-505.
- [7] Buchmeister B., et al.: Bullwhip effect problem in supply chains. *Advances in production engineering & management*, 3.1, 2008, 45-55.
- [8] Chen L, Lee HL.: Bullwhip effect measurement and its implications. *Operations Research*, 60.4, 2012, 771-784.
- [9] Hašková S., Zeman R.: Storage Efficiency As a Managerial Optimization Problem. *China-USA Business Review*, February 2015, Vol. 14, No. 2, 59-66.
- [10] Chen L, Lee. HL. : Information sharing and order variability control under a generalized demand model. *Management Science*, 55.5, 2009, 781-797.
- [11] Chołodowicz E., Orłowski P.: Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem. *Logistyka*, No. 4, 2015, 31-35.
- [12] Daniel J., Chandrasekharan R.: A simulation-based genetic algorithm for inventory optimization in a serial supply chain. *International Transactions in Operational Research*, 12.1, 2005, 101-127.
- [13] Disney S.M., Naim M.M., Towill D.R.: Genetic algorithm optimisation of a class of inventory control systems. *International Journal of Production Economics*, 68.3, 2000, 259-278.
- [14] Forrester JW, *Industrial dynamics*. Waltham, MA: Pegasus Communications, 1961.
- [15] Orłowski P., Grzyb S.: Congestion feedback control for computer networks with bandwidth estimation. *Proc. 20th Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, Miedzydroje, Poland, 2015.
- [16] Lee H., L., Padmanabhan V., Whang S.: The bullwhip effect in supply chains. *Sloan management review*, 38.3, 1997, 93-102.
- [17] Liu B., Esogbue A. O.: Decision criteria and optimal inventory processes. Vol. 20. Springer Science & Business Media, 2012.
- [18] Metters R.: Quantifying the bullwhip effect in supply chains. *Journal of operations management*, 15.2, 1997, 89-100.
- [19] Muller M.: *Essentials of inventory management*. AMACOM Div American Mgmt Assn, 2011.
- [20] Pasandideh S. H. R., Niaki S. T. A, Nia A. R.: A genetic algorithm for vendor managed inventory control system of multi-product multi-constraint economic order quantity model. *Expert Systems with Applications*, 38.3, 2011, 2708-2716.

Received: 09.09.2015

Paper reviewed

Accepted: 03.11.2015

Ewelina CHOŁODOWICZ

Student at the Faculty of Electrical Engineering at the West Pomeranian University of Technology Szczecin. Winner of the Mayor of Szczecin scientific scholarship for students – XI edition 2015. Winner of the "West Pomeranian Talents - Regional Scholarship System". Recent research topics are modelling, simulation and control of dynamic systems.

e-mail: cholodowicz.ewelina@gmail.com**Przemysław ORŁOWSKI, PhD, DSc**

Associate Professor in the Department of Control and Measurements at West Pomeranian University of Technology Szczecin. The research topics are concerned on the analysis and synthesis of control systems, discrete-time systems, time-varying systems, nonlinear systems, uncertain systems and hybrid systems.

e-mail: przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

[A4]

Chołodowicz E., Orłowski P.: Comparison of a perpetual and PD inventory control system with Smith predictor and different shipping delays using bicriterial optimization and SPEA2, *Pomiary Automatyka Robotyka*, Tom: 20, Zeszyt: 3, Strony: 5-12, 2016

Comparison of a Perpetual and PD Inventory Control System with Smith Predictor and Different Shipping Delays Using Bicriterial Optimization and SPEA2

Ewelina Chołodowicz, Przemysław Orłowski

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, ul. Sikorskiego 37, 70-313, Szczecin

Abstract: Inventory optimization is critical in inventory control systems. The complexity of real-world inventory systems results in a challenging optimization problem, too complicated to solve by conventional mathematical programming methods. The aim of this work is to confront: a perpetual inventory system found in the literature and inventory system with PD control and Smith predictor proposed by the authors. To be precise, the two control systems for inventory management are analyzed with different shipping delays and compared. With regard to complexity of the proposed control system, we use a SPEA2 algorithm to solve optimization task for assumed scenario of the market demand. The objective is to minimize the inventory holding cost while avoiding shortages. A discrete-time, dynamic model of inventory system is assumed for the analysis. In order to compare the results of systems, Pareto fronts and signal responses are generated.

Keywords: inventory control systems, optimization, perpetual inventory system, multi-objective optimization, SPEA2, PD control, Smith predictor, inventory

1. Introduction

Increasing dimension of inventory management requires advanced methods to reduce maintenance costs. As a result of the emergence of complex inventory control systems, more and more scientist began to use the methods of multi-criteria optimization. Pareto-based techniques were proposed in 1993 and 1994, e.g., MOGA [1], NPGA [2] and NSGA [3]. One of the most effective algorithms, used in multi-criteria problems, is the Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA) proposed in [4]. SPEA has shown very good performance in comparison to other multi-objective evolutionary algorithms [5]. Furthermore, improved version of SPEA has also been created. It is called SPEA2 and is presented in [6]. The improved Strength Pareto Evolutionary Algorithm is one of the most important multi-objective evolutionary algorithms that use elitism approach and therefore it has been used in recent studies: [7–12].

Inventory optimization means maintaining a certain level of inventory that would eliminate the out-of-stock situations and at the same time would provide as low as possible holding costs. In a nutshell, this is all about maintaining balance between demand and supply. Every inventory system faces the challenge of matching its supply volume to customer demand. How well control system manages this complex challenge has a profound impact on inventory profitability. Due to the necessity for effective inventory management inventory control systems have been developed. The two classic systems for managing customer demand are a periodic and a perpetual system [13]. A perpetual inventory system is a superior to the older periodic inventory system because it keeps continual track of sales and inventory levels which helps to prevent stock-outs – this is its advantage.

There has been a growing interest in solving inventory management problem. Before control systems, a lot of inventory models have been invented: [14–16]. More and more works have been focusing upon creating new or modified inventory control systems: [17–24]. Issues of a similar problem dimension, but associated with congestion control in computer networks, are presented in [25].

Due to occurring variance amplifications of order quantities in inventory systems, called the bullwhip effect [26], it is necessary to use special methodology to eliminate such a situation. This extremely negative phenomenon had gave rise to range of methodologies used to this day and is indispensably connected to the stability of supply chains which is investi-

Autor korespondujący:

Ewelina Chołodowicz, cholodowicz.ewelina@gmail.com

Artykuł recenzowany

nadesłany 01.08.2016 r., przyjęty do druku 22.08.2016 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

gated in [27]. Conducted research in [27] quantifies the effect of these variations on system stability and presents mechanism with work in progress (WIP) position. On the other hand, in [17] is proposed methodology for time-varying delay based on Smith predictor. However, in [26, 27] it is suggested a general replenishment rule that can reduce variance amplification significantly by control theoretic approach, which integrated different forecasting methods into the order-up-to system. To our knowledge, order-up-to systems usually result in the bullwhip effect [26]. An order-up-to policy is optimal in the sense that it minimizes the expected holding and shortage costs [28]. As far as methods for bullwhip effect reduction are concerned, H-infinity control methodology minimizes the worst case effects of the external demand fluctuations on the performance of the system [29]. The application of this method requires that the transportation and production lead times are known and constant, but also can be used with satisfactory results with time-varying delays. H-infinity policy applies the filtering techniques and optimizes local inventory costs while avoiding the bullwhip effect.

In order to make a fair comparison between a classical stock-based order-up-to policy and PD with Smith predictor inventory control system we apply work-in-progress to account for the destabilizing effect in the perpetual inventory system. The aim of this work is to analyze and compare work of systems with different shipping delays: Perpetual Inventory System with adaptive order level and work-in-progress mechanism proposed by literature and Proportional-derivative Inventory Control System with Smith predictor and adaptive reference stock level proposed by the authors. In other words, this work is comparison between our PD-Smith-based methodology which was used in [21] for time-varying delay (in this work is examined for time-invariant systems) and classical order-up-to policy used mostly for time-invariant systems. Parameters were selected for all control systems structures through solving optimization tasks for a specific scenario of variable market demand using the Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA2) in MATLAB/Simulink. In this article, we mainly want to show differences of results gained through solving optimization task using SPEA2 and performance for two control inventory systems and different shipping delays. The objective of inventory optimization is to maintain optimal inventory levels depending on demand and to minimize inventory holding cost while avoiding shortages [30]. In [31] Pareto-based meta-heuristic algorithm are used to solve the bi-objective inventory models. The first objective function aims to minimize the total cost of the system, which consists of holding cost, ordering cost and shortage cost and the second objective function, maximizes the service level through minimizing the cumulative distribution of the demands [31].

In this paper, the results for both systems are compared using a bi-objective optimization. In order to compare the

results, several numerical examples are generated and the results are analyzed on the basis of generated plots and tables.

2. The Mathematical Model of Inventory

The number of products that could potentially be sold from the store is modelled as a certain, unknown in advance limited function of time: $0 \leq d(k) \leq d_{max}$. Where d_{max} is the maximum number of products sold per unit of time. Instantaneous values of $d(k)$ fluctuate in time and depend on the market demand. Demand for the products is generally variable in time. The number of products purchased from the inventory $h(k)$ depends on the demand, as well as the available stocks $y(k)$ and following inequalities are held:

$$0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{max}, \quad 0 \leq y(k) \leq y_{max} \quad (1)$$

If the quantity of products in stock at moment k is sufficiently large, it means that: $d(k) = h(k)$.

From the standpoint of controlling the flow of goods, it is important to maintain certain stock in the inventory, regardless of transient changes in customer demand, so as to avoid a situation in which the magazine is empty or the quantity of the stored products will be excessive, or even exceeds the storage capacity y_{max} .

The product quantity stored in the inventory at moment k , called the stock, is therefore given as follows:

$$y(k) = y(k-1) + u(k-\tau) - h(k) \quad (2)$$

τ – the time required to deliver ordered products to the inventory.

The delay is known τ and this model is a linear, stationary and discrete with signals saturations. The block diagram of the analysed system is shown in Fig. 1. The system consists of three main blocks: transport and production delay, inventory model and control system based on order control.

3. The Control Systems Definitions

There are many different ways to keep control of the inventory but in every inventory control system, it is necessary to determine *when* and *how much* to order. Scientific methods for inventory control can give a significant competitive advantage. Control system has to order the certain amount of products at a certain time with a view to market demand and current inventory level. Inventory control means that all stocks of products are promptly and properly ordered, issued, preserved and accounted in the best interest of an entity that manages its inventory.

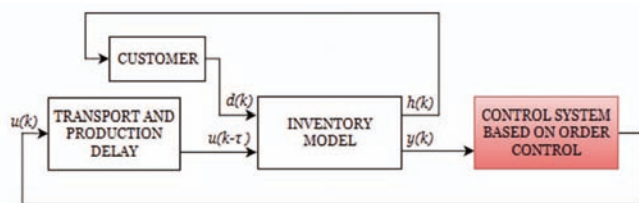


Fig. 1. Block diagram of inventory system with control system
Rys. 1. Schemat blokowy systemu magazynowego z układem sterowania

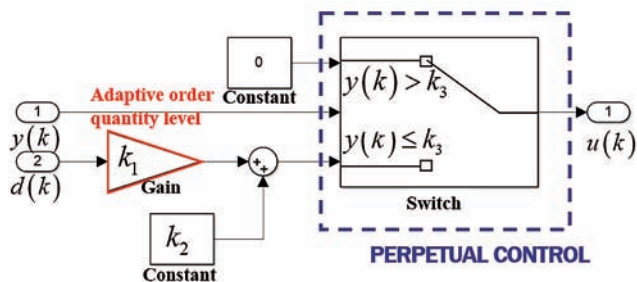


Fig. 2. A block diagram of Perpetual Inventory control system with adaptive order level
Rys. 2. Schemat blokowy ciągłego systemu sterowania magazynem z adaptacyjnym poziomem zamówień

It is essential to create a mathematical description of investigated two control systems:

A) Perpetual Inventory System with adaptive order level

A Perpetual Inventory System is also known as “Automatic Inventory System”. A perpetual system keeps records of the amount in storage, and it replenishes when the stock drops to certain level k_3 .

The reorder point – threshold, inventory content critical value, is fixed, but review period, order quantity and maximal inventory level are variable (max inventory level depends on demand). k_1 together with a factor k_2 make an affine function of maximal inventory capacity depending on market demand, given in the following form:

$$u(k) = \begin{cases} 0 & \text{for } y(k) > k_3 \\ k_1 d(k) + k_2 & \text{for } y(k) \leq k_3 \end{cases} \quad (3)$$

where: k_3 – reorder point.

In order to make a fair comparison between a classical stock-based order-up-to policy and PD with Smith predictor inventory control system we supplement the control law (3) of the perpetual inventory system with work-in-progress term to provide for the controller data about past orders which are not delivered to the inventory yet. The system will be denoted as A' and the control law is described in the following way:

$$u(k) = \begin{cases} 0 & \text{for } y(k) + \sum_{i=1}^{\tau} u(k-i) > k_3 d(k) \\ k_1 d(k) + k_2 - \sum_{i=1}^{\tau} u(k-i) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

B) Proportional-derivative Inventory Control System with Smith predictor and adaptive reference stock level

The structure shown in Fig. 3 – the control system is based on a classical structure with Smith predictor. It is a kind of a predictive controller, which was developed for control systems, which are characterized by long and inevitable delays. Its structure is based on implementations of the model without delay and with delay. Based on the control concepts for systems with delays using a Smith predictor it is assumed that an estimated model of the system without delay is given in the form:

$$\hat{y}_p(k) = \hat{y}_p(k-1) + u(k-1) - h(k) \quad (5)$$

Model of discrete-time PD controller for error $\varepsilon(k)$ of model without delay is given in the following form:

$$u(k) = k_2 \varepsilon(k) + k_3 (\varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)) \quad (6)$$

where:

$$\varepsilon(k) = y_{ref}(k) - \hat{y}_p(k) \quad (7)$$

It is assumed that the reference value of stocks $y_{ref}(k)$ is a linear function of the demand given in the form of:

$$y_r(k) = k_1 d(k) \quad (8)$$

Block diagram of the control system is shown in Fig. 3. The variables k_1 – k_3 are parameters of the control system.

Due to the similarity between the considered class of systems and engineering processes, it is a natural choice to apply control-theoretic methods in the design and analysis of strategies governing the flow of goods.

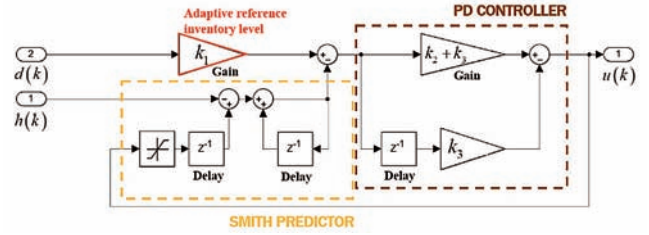


Fig. 3. A block diagram of Proportional-derivative Inventory control system with Smith predictor and adaptive reference stock level
Rys. 3. Schemat blokowy systemu sterowania magazynem z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym oraz predyktorem Smitha z adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów

4. Bicriterial optimization and SPEA2

Consider, the problem of finding the optimal values of the parameters k_i , $i = 1, 2, 3$ of a dynamic system with fixed structure from Figs. 2–3. In the case of the inventory system, cost functions can be defined by the following relations:

$$j_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=\tau}^N [d(k) - h(k)] \quad (9)$$

$$j_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=\tau}^N y(k) \quad (10)$$

where: τ – the time required to deliver ordered products to the inventory, N is the length of the time horizon.

The equation (9) represents a lost opportunity to make sales. In turn, the expression (10) concerns use of space in the inventory.

The objective is represented as the following vector:

$$\mathbf{j} = [j_1, j_2] \quad (11)$$

For the model described by relationships (1)–(2) and the control systems described by equations (3)–(8) and a quality indicator in the form of (9)–(11) the optimization problem can be defined in the following form:

$$\min_{\mathbf{k}} \mathbf{j} \quad (12)$$

Where optimization variables and constraints are dependent on the controller structure:

$$\mathbf{k} = [k_1, k_2, k_3], k_1 \geq 0, k_2 \geq 0, k_3 \geq 0$$

The improved Strength Pareto Evolutionary Approach (SPEA2) is chosen to perform the control system optimization resulting in the final analysis and comparison. SPEA2 is an extension of the Genetic Algorithm for multiple objective optimization problems. SPEA2 has an external archive consisting of the previously found non-dominated solutions. It is updated after every generation and for each solution a strength value is computed [28]. An archive of the non-dominated set is maintained separate from the population of candidate solutions used

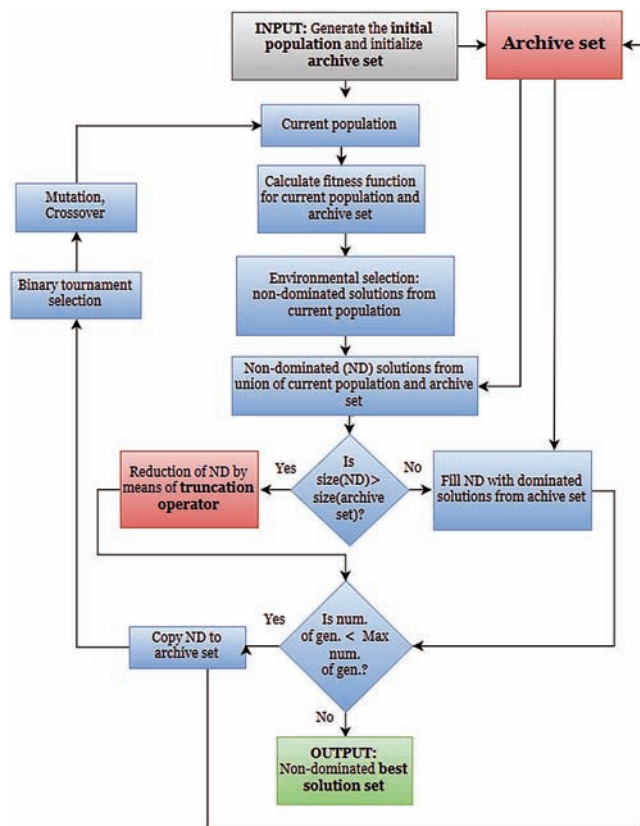


Fig. 4. Flow chart of SPEA2 algorithm
Rys. 4. Schemat blokowy algorytmu SPEA2

in the evolutionary process, providing a form of elitism. Due to potential weaknesses of SPEA, the improved version – SPEA2 has better fitness assignment scheme, more precise guidance of the search and a new archive truncation methods [6]. To avoid situations where population members dominated by the same members of the archive have the same fitness value, SPEA2 takes into account both the number of dominating and dominated solutions in computing the raw fitness of a solution. The objective of the algorithm is to locate and maintain a front of

non-dominated solutions – set of Pareto optimal solutions. The flow chart which shows the steps of SPEA2 can be seen in Fig. 4.

5. Simulation Research and Analysis

In this section the results of computer simulations and comparative analysis is presented. The structures of control systems in Figures 2 and 3 are applied. The main purpose of this section is to compare the optimization results for different time delays for two different control structures: *Perpetual Inventory System with adaptive order level A*, *Perpetual Inventory System with adaptive order level with work-in-progress mechanism A'* which stems from literature and *Proportional-derivative Inventory Control System with Smith predictor and adaptive reference stock level* proposed by authors. Results for A – PIS-AOL control system are marked by black lines, A' – PIS-AOL' by blue lines and whereas for B – PDIS-SP-ARSL control system are marked by red line.

With a view to simulation research of the control systems for a discrete, stationary linear model with signal bounds described by equations (1)–(2), the control systems described by equations (3)–(8) the quality indicator in the form of (9)–(11), the time horizon $N = 1000$ and the sampling period is one day. Tuning of the control system is based on a the bicriterial optimization task using SPEA2 (improved version of Strength Pareto Evolutionary Algorithm) and trapezoidal demand signal plotted in Fig. 8 and 9. On the basis of the results we try to evaluate: how does the controller structure impact on the properties of the inventory control system.

To solve the optimization problem (17) a SPEA2 was used with parameters: population size 500 for all A, A' and B, maximal number of generations 50 for A' and B, 400 for A.

In order to see the impact of the delay between ordering products and delivering it to the inventory – τ on the results of optimization task and the performance of the control system, simulations were carried out for three values of τ : 28, 14 and 2. First, an analysis of the objective function plots has been conducted. Pareto front with shortages cost j_1 and holding cost j_2 is depicted in Fig. 5 for 3 delay values.

It can be noticed from Fig. 5 that almost all solutions for A control system are dominated by solutions for B control system for all considered delays except from solutions for $j_1 < 2$ and

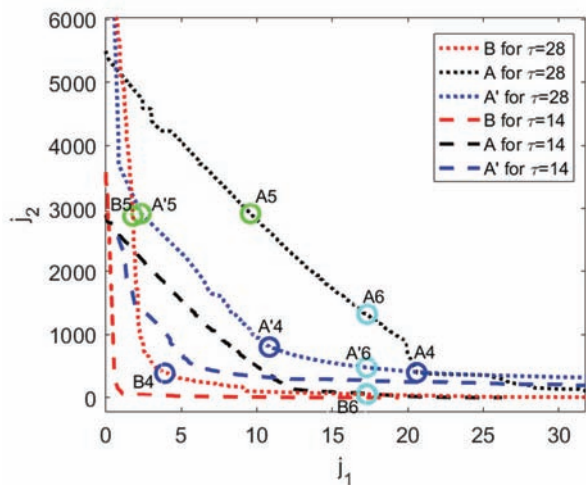


Fig. 5. Pareto front and selected points for inventory control system for two different delays
Rys. 5. Front Pareto oraz wybrane punkty dla systemu sterowania magazynem z dwoma różnymi opóźnieniami

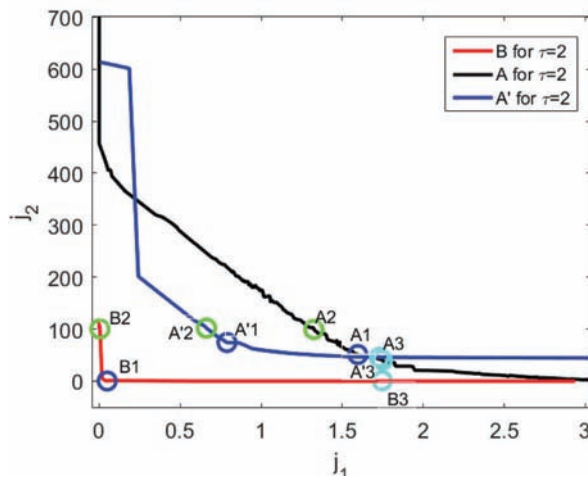


Fig. 6. Pareto front and selected points for inventory control system for $\tau = 2$
Rys. 6. Front Pareto oraz wybrane punkty dla systemu sterowania dla $\tau = 2$

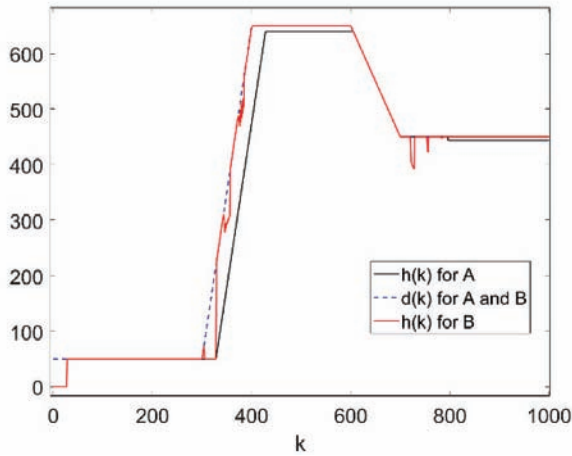


Fig. 7. System response – purchased products $h(k)$ and customer demand $d(k)$ for A4, B4 for $\tau = 28$
 Rys. 7. Odpowiedź układu – zakupione produkty $h(k)$ oraz zapotrzebowanie klientów $d(k)$ dla A4, B4 dla $\tau = 28$

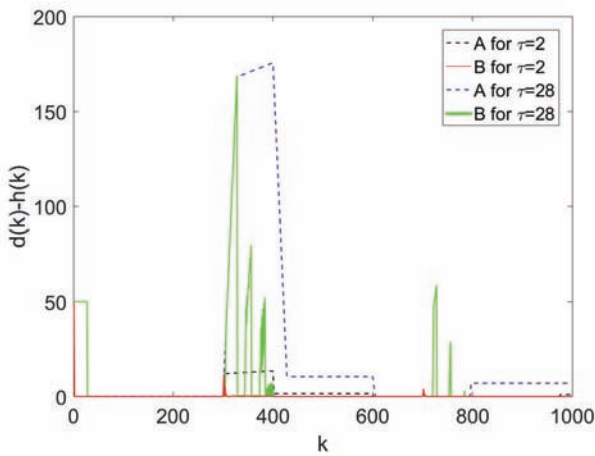


Fig. 8. System response – difference between customer demand $d(k)$ and purchased products $h(k)$ for A4, B4 for $\tau = 28$ and A1, B1 for $\tau = 2$
 Rys. 8. Odpowiedź układu – różnica pomiędzy zapotrzebowaniem klientów $d(k)$, a zakupionymi produktami $h(k)$ dla A4, B4 dla $\tau = 28$ i A1, B1 dla $\tau = 2$

$j_2 > 5200$ for $\tau = 28$ where the opposite situation can be seen. However, due to considerably high value of holding cost, i.e. the value j_2 , these solutions are not relevant for practical reasons. On the other hand, A', which is A with work-in-progress mechanism, achieves smaller cost function values j_1 and j_2 . Although results for A and B are also relatively close to each other for small delay $\tau = 2$. It means that the phenomenon of shortages and high holding costs occurs less in B than in A and A'. Next step of the analysis requires selection of points in the Pareto front plots (Fig. 5 and Fig. 6) on the basis of three criteria.

Three points were chosen among the solutions space for $\tau = 2$ and $\tau = 28$. Selected points were chosen by three criterions (see Table 1 and 2):

- 1) $\min(100j_1 + j_2)$: A1, B1, A'1 for $\tau = 2$ and A4, B4, A'4 for $\tau = 28$ – marked by blue circles;
- 2) $j_2 \approx \text{const} \approx 100$: A2, B2, A'2 for $\tau = 2$ and $j_2 \approx \text{const} \approx 2900$: A5, B5, A'5 for $\tau = 28$ – marked by green circles;
- 3) $j_1 \approx \text{const} \approx 1.8$: A3, B3, A'3 for $\tau = 2$ and $j_2 \approx \text{const} \approx 17.3$: A6, B6, A'6 for $\tau = 28$ – marked by cyan circles.

After points selection, it is possible to make a simulation research of responses of presented inventory control systems: $h(k)$, $y(k)$, $d(k) - h(k)$.

Table 1. Selected optimization results using SPEA2 Algorithm to A Control System

Tabela 1. Wybrane wyniki optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu SPEA2 do systemu sterowania A

Point	j_1	j_2	k_1	k_2	k_3
$\tau = 2$					
A1	1.60	51.1	0.997	0.131	804
A2	1.33	99.3	0.995	1.34	477
A3	1.75	40.3	0.997	0.022	318
$\tau = 28$					
A4	20.6	394	0.983	0.808	4459
A5	9.58	2918	0.887	44.96	27775
A6	17.3	1323	0.939	16.6	27495

Table 2. Selected optimization results using SPEA2 Algorithm to B Control System

Tabela 2. Wybrane wyniki optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu SPEA2 do systemu sterowania B

Point	j_1	j_2	k_1	k_2	k_3
$\tau = 2$					
B1	0.0489	0.225	5.20	0.238	0.524
B2	0.00423	100	1.95	1.488	0.0081
B3	1.78	0.006	4.94	0.253	0.283
$\tau = 28$					
B4	3.91	385	68.7	0.0240	0.825
B5	1.79	2879	97.1	0.015	0.995
B6	17.3	50.9	28.1	0.529	0.219

Table 3. Selected optimization results using SPEA2 Algorithm to A' Control System

Tabela 3. Wybrane wyniki optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu SPEA2 do systemu sterowania A'

Point	j_1	j_2	k_1	k_2	k_3
$\tau = 2$					
A'1	0.788	74.3	3.00	0.0259	21.1
A'2	0.662	102	3.00	0.107	8.83
A'3	1.73	46.1	2.99	0.0574	10.5
$\tau = 28$					
A'4	10.8	801	28.5	28.4	377
A'5	2.33	2918	27.5	742	200
A'6	17.3	478	28.0	8.50	308

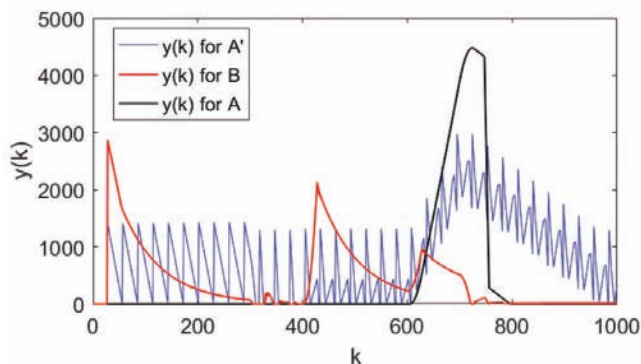


Fig. 9. System response – the stock level $y(k)$ for A4, A'4, B4 for $\tau = 28$
 Rys. 9. Odpowiedź układu – poziom zapasów $y(k)$ dla A4, A'4, B4 dla $\tau = 28$

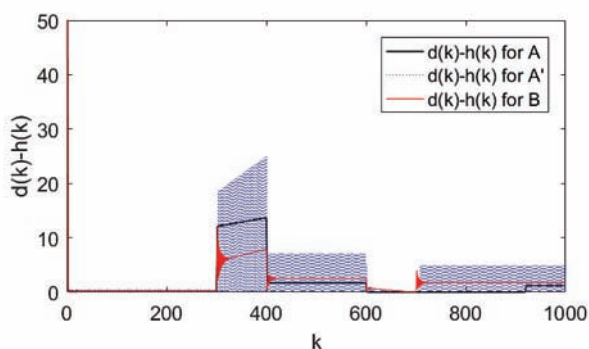


Fig. 10. System response – difference between customer demand $d(k)$ and purchased products $h(k)$ for A3, A'3, B3 for $\tau = 2$
 Rys. 10. Odpowiedź układu – różnica pomiędzy zapotrzebowaniem klientów $d(k)$, a zakupionymi produktami $h(k)$ dla A3, A'3, B3 dla $\tau = 2$

In Fig. 7 $h(k)$ is showed. It represents number of purchased products. In ideal control system $h(k) = d(k)$ but deviations occurred because of the unknown in advance demand, delay τ and the criterion of minimizing inventory stocks j_2 . In Fig. 8 can be seen precisely difference between sold goods in two systems with different two shipping delays: $\tau = 2$ and $\tau = 28$.

Because of broad simulation horizon and small delay ($\tau = 2$), a plot with $h(k)$ is showed almost demand $h(k) \approx d(k)$. There is no visible difference between $d(k)$, $h_A(k)$, $h_B(k)$ for points A3, B3 and $\tau = 2$. This is because of incomparably small deviation value compared to demand. For this reason, we show Fig. 8 which

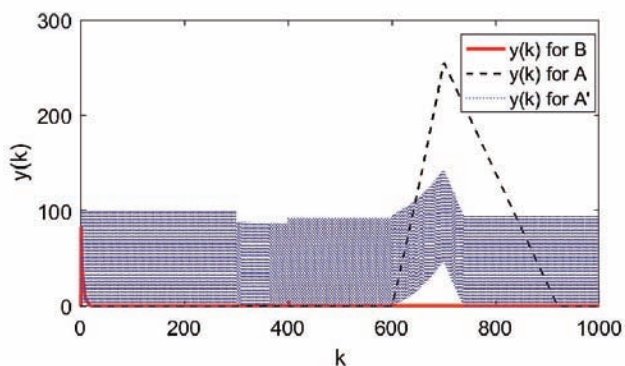


Fig. 11. System response – the stock's level $y(k)$ for A3, A'3, B3 for $\tau = 2$
 Rys. 11. Odpowiedź układu – poziom zapasów $y(k)$ dla A3, A'3, B3 dla $\tau = 2$

presents the difference of the two values: customer demand minus the current number of purchased products.

It is also necessary to take into account $y(k)$ which represents number of accumulated stocks in the inventory. Inventory control system which generates higher peak stocks levels as a result of demand decrease is definitely worst than one with lower stocks level. This situation can be seen in Fig. 9 – for $k \in (600, 700)$ system B has the peak value – 970, A – 4500 and A' – 3000. After including work-in-progress mechanism in A, it can be seen that $y(k)$ has the shape of saw and there is no single hudge signal like in A, but classical saw-shaped stock level. In the Fig. 9, you can see that B and A aims to achieve zero level of stocks for $\tau = 28$ and manage it for $k > 800$.

On the basis of defintion of j_1 it may be concluded that its difference should equal zero for $k = \tau, \tau + 1, \dots, N$ where N is the length of the time horizon. In Fig. 8 and 10 it is clearly seen that difference between demand and the number of purchased products of the two systems is almost the same until $k \leq 300$. We can say that on response to step demand with level 50 at the time zero of two systems is similar, but completely different responses occur for linearly increasing demand – interval $k \in (300, 400)$.

Tables 1–3 consist of solutions for selected points. They shown that for the same shortage cost, the holding cost is the smallest for system B, what we can observe in the Fig. 11. Furthermore, taking into consideration the interval in the Fig. 11 – $k \in (300, 400)$ when $d(k)$ rapidly changing (from 50 to 650), it is an evidence that B manage to cope with fast amplification of demand with minimal stock level. On the contrary, A and A' have almost the same value of j_1 as B, but significantly higer values of the j_2 indicator (holding cost), i.e.: A – 40.3, A' – 46.1, where for B $j_2 = 0.006$.

6. Conclusions

Advantage of Proportional-derivative Inventory Control System with Smith predictor and adaptive reference stock level over Perpetual Inventory System with adaptive order level is clearly visible through steps of the comparison process. First step of analysis shows significant advantage of B over A for every value of assumed delay between ordering products and delivering it to the inventory. Comparison of Pareto front plots was made for the same value of the delay and the same demand function. The simulations results shows that system proposed by the authors have better values of optimization indicators presented in table 1 and 2 for all criterions described in section 5.: for criterion $\min(100j_1 + j_2) - j_1$ and j_2 are smaller, for criterion $j_2 = \text{const} - j_1$ is smaller, and for criterion $j_1 = \text{const} - j_1$ is smaller.

In order to finalize the comparison, we analyse figures with number of purchased products, the stock level response and pointed out the difference of market demand and currently purchased products. What is more, Proportional-Derivative Inventory Control System with Smith predictor and adaptive reference stock level has better inventory stocks level value – smaller for $\tau = 28$ and $\tau = 2$ taking into account the whole time horizon. Proportional-Derivative Inventory Control System with Smith predictor and adaptive reference stock level – for each delay and is characterized by the lowest value of j_1 and j_2 . The overall conclusions show a advantage of B over A and A' in certain periods: for all j_1, j_2 ($\tau = 2, \tau = 14$) or almost all for $\tau = 28$. As a result of this, the inventory holding cost is larger and shortages are more frequent and longer for the order-up-to policy A and A' than it is for PD with Smith predictor approach in these periods.

The results demonstrate the capabilities of the evolutionary optimization approach to generate true and well distributed pareto-optimal non-dominated solutions.

In conclusion, adding work-in-progress mechanism to perpetual inventory control system results in better system performance in some specific periods shown in Figs. 5 and 6, but the results are still dominated by results for PD with Smith predictor approach.

Bibliography

1. Fonseca C.M., Fleming P.J., *Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation Discussion and Generalization*. In ICGA Vol. 93, 1993, 416–423.
2. Horn J., Nafpliotis N., Goldberg D.E., *A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization*. In Evolutionary Computation, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence. 1994, Proceedings of the First IEEE Conference on (82–87) IEEE.
3. Srinivas N., Deb K., *Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms*, “Evolutionary computation”, 2(3), 1994, 221–248.
4. Zitzler E., Thiele L., *An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: The strength Pareto approach*. TIK-Report, 1998.
5. Zitzler E., Thiele L., *Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 3.4, 1999, 257–271.
6. Zitzler E., Laumanns M., Thiele L., *Spea2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm*. Technical Report 103, Gloriastrasse 35, CH-8092 Zurich, Switzerland, May 2001, 95–100.
7. Gadhvi B., Savsani V., Patel V., *Multi-Objective Optimization of Vehicle Passive Suspension System Using NSGA-II, SPEA2 and PESA-II*, “Procedia Technology”, 2016, 23, 361–368.
8. Khajwaniya K.K., Tiwari V., *Satellite image denoising using Weiner filter with SPEA2 algorithm*. In Intelligent Systems and Control (ISCO), 2015 IEEE 9th International Conference on (1–6). IEEE.
9. Adham A.M., Mohd-Ghazali N., Ahmad R., *Performance optimization of a microchannel heat sink using the Improved Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA2)*, “Journal of Engineering Thermophysics”, 2015, 24(1), 86–100.
10. De Tommasi L., Beelen T.G., Sevati M.F., Rommes J., ter Maten E.J.W., *Multi-objective optimization of RF circuit blocks via surrogate models and NBI and SPEA2 methods*. In Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2010, 195–201, 2012, Springer Berlin Heidelberg, doi: 10.1007/978-3-642-25100-9_23.
11. Amouzgar K., Cenanovic M., Salomonsson K., *Multi-objective optimization of material model parameters of an adhesive layer by using SPEA2*. In 11th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-11), 2015, 249–254.
12. Berrocal-Plaza V., Vega-Rodríguez M.A., Sánchez-Pérez J.M., *Optimizing the Location Areas Planning in the SUMATRA Network with an Adaptation of the SPEA2 Algorithm*. In International Conference on Computer Aided Systems Theory, 243–250, 2013 Springer Berlin Heidelberg.
13. Tersine R.J., *Principles of inventory and materials management*, 1994.
14. Chołodowicz E., Orłowski P., *Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem*, „Logistyka”, Vol. 4, 2015, 28–32.
15. Ouyang L.Y., Wu K.S., Cheng M.C., *An inventory model for deteriorating items with exponential declining demand and partial backlogging*. “Yugoslav Journal of Operations Research”, 2013,15(2).
16. Sarkar B., *A production-inventory model with probabilistic deterioration in two-echelon supply chain management*. “Applied Mathematical Modelling”, 37(5), 2013, 3138–3151.
17. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, Vol. 59, No. 1, 2011, 39–49, DOI: 10.2478/v10170-011-0023-1.
18. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *LQ optimal sliding mode supply policy for periodic review inventory systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 55, No. 1, 2010, 269–274, DOI: 10.1109/TAC.2009.2036305.
19. Leśniewski P., Bartoszewicz A., *Non-switching reaching law based discrete time quasi-sliding mode control with application to warehouse management problem*, IFAC Proceedings Volumes. Vol. 47, No. 3, 2014, 4589–4594, DOI: 10.3182/20140824-6-ZA-1003.00181.
20. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *Linear-quadratic optimal control of periodic-review perishable inventory systems*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 20, No. 5, 2012, 1400–1407, DOI: 10.1109/TCST.2011.2161086.
21. Chołodowicz E., Orłowski P.: *Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha*, Pomiary Automatyka Robotyka, vol. 19, no.3, 2015, 55–60.
22. Chołodowicz E., Orłowski P.: *A periodic inventory control system with adaptive reference stock level for long supply delay*, Measurement Automation Monitoring, vol. 61, no. 12, 2015, 568–572.
23. Abrahamowicz E., Orłowski P., *Zastosowanie regulatora ułamkowego rzędu PD do automatycznego sterowania zamówieniami dla magazynu ze zmiennym w czasie opóźnieniem dostaw*, Pomiary Automatyka Robotyka, R. 20, Nr 2/2016, 5–10, DOI: 10.14313/PAR_220/5.
24. Orłowski P., *Analiza dwukryterialnego problemu optymalizacji w zastosowaniu do automatycznego sterowania systemem zamówień w magazynie z dużymi opóźnieniami dostaw z wykorzystaniem regulatora feedback-feedforward z predyktorem Smitha*. Przegląd Elektrotechniczny, ISSN 0033–2097, 2016.
25. Grzyb S., Orłowski P., *Feedback control system with PWA load dependent reference buffer occupancy for congestion control in computer networks*. “Przegląd Elektrotechniczny”, No. 46, 2016, 42–45.
26. Dejonckheere J., Disney S.M., Lambrecht M.R., Towill D.R., *Measuring and avoiding the bullwhip effect: A control theoretic approach*. “European Journal of Operational Research”, 147(3), 2002, 567–590.
27. Riddalls C.E., Bennett S., *The stability of supply chains*. “International Journal of Production Research”. 40(2), 2002, 459–475.
28. Karlin S., *One stage inventory models with uncertainty*. In: Karlin S., Scarf H., *Studies in the mathematical theory of Inventory and Production*, Stanford University Press, 1958, 109–134.

29. Boccadoro M., Martinelli F., Valigi P., *Supply chain management by H-infinity control*. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 5(4), 2008, 703–707.
30. Ch Y., You F., Wassick J.M., Agarwal A., *Simulation-based optimization framework for multi-echelon inventory systems under uncertainty*. “Computers & Chemical Engineering”, 2015, 73, 1–16.
31. Fattahi P., Hajipour V., Nobari A., *A bi-objective continuous review inventory control model: Pareto-based meta-heuristic algorithms*. “Applied Soft Computing”, 2015, 32, 211–223.
32. Coello C.A.C., Van Veldhuizen D.A., Lamont G.B., *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. 2002, Vol. 242, New York: Kluwer Academic.

Analiza porównawcza systemu sterowania ciągłego oraz z regulatorem PD i predyktorem Smitha dla różnych opóźnień dostaw z zastosowaniem metod optymalizacji dwukryterialnej i SPEA2

Streszczenie: W pracy przyjęto dyskretny, stacjonarny, dynamiczny model systemu magazynowego ze stałym w czasie opóźnieniem dostaw. Głównym celem jest przeprowadzenie analizy porównawczej dwóch systemów automatycznego sterowania zamówieniami: ciągłego systemu sterowania magazynem z adaptacyjnym poziomem zamówienia (ang. Perpetual Inventory System with adaptive order level) oraz systemu sterowania magazynem z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym oraz predyktorem Smitha z adaptacyjnym poziomem referencyjnym zapasów dla trzech różnych opóźnień dostaw. Optymalne nastawy układów regulacji zostały dobrane za pomocą algorytmu ewolucyjnego dla problemów optymalizacji wielokryterialnej: SPEA2 (ang. Strength Pareto Evolutionary Approach). W symulacji uwzględniono dwa kryteria minimalizacji: koszt utrzymania zapasów (ang. Holding Cost) oraz koszt niedoboru zapasu (ang. Shortage Cost). Wyniki badań symulacyjnych zaprezentowano za pomocą wykresów oraz tabel w środowisku MATLAB/Simulink.

Keywords: systemy zarządzania zapasami, optymalizacja, optymalizacja wielokryterialna, SPEA2, system sterowania, predyktor Smitha

Ewelina Chołodowicz

cholodowicz.ewelina@gmail.com

Student at the Faculty of Electrical Engineering at West Pomeranian University of Technology Szczecin. Winner of the Ministry of Science and Higher Education scientific scholarship for students, the Mayor of Szczecin scholarship for students and the “West Pomeranian Talents – Regional Scholarship System”. Recent research topics are modelling, simulation and control of dynamic systems.



Przemysław Orłowski, PhD, DSc

przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

Associate Professor in the Department of Control and Measurements at West Pomeranian University of Technology Szczecin. The research topics are concerned on the analysis and synthesis of control systems, discrete-time systems, time-varying systems, nonlinear systems, uncertain systems and hybrid systems.



[A5]

Chołodowicz E., Orłowski P.: Porównanie systemów sterowania zapasami ze zmiennym opóźnieniem dostaw i zaburzonym zapotrzebowaniem: cyklicznego oraz z regulatorem PD i predyktorem Smitha, *Przedsiębiorczość i Zarządzanie*, Tom: XVII, Zeszyt: 12, Strony: 67-90, 2016

Ewelina Chołodowicz*

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

Przemysław Orłowski**

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

Porównanie systemów sterowania zapasami ze zmiennym opóźnieniem dostaw i zaburzonym zapotrzebowaniem: cyklicznego oraz z regulatorem PD i predyktorem Smitha

Comparison of Inventory Control Systems with Time-varying Delivery Delay and Disturbed Demand: a Periodic and PD Controller with Smith Predictor

Abstract: In this paper, we use a mathematical model of an inventory system with time-varying delivery delay and two control systems in order to compare their properties with different variance of noise for the goods flow optimization problem in the inventory systems. Control systems structures based on mathematical discrete equations are given for optimization: a Periodic Inventory System with adaptive maximal inventory level and Proportional-derivative Inventory Control System with Smith predictor and adaptive reference stock proposed by the authors in previous works. Parameters were selected for each of the control system structures through solving bicriterial optimization task for a specific scenario of variable market demand using SPEA2 in Matlab/Simulink. In this article, we mainly highlight which control structure reaches better performance taking account probabilistic disturbance in market demand.

Key-words: inventory control system, automated order system, time-varying inventory model, SPEA2, bicriterial optimization, inventory optimization, discrete-time systems

* cholodowicz.ewelina@gmail.com

** przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

Wprowadzenie

Konieczność ciągłego postępu powoduje, że sterowanie przepływem dóbr w magazynie wymaga podejmowania możliwie najkorzystniejszych decyzji warunkujących osiągnięcie pożądaných celów. Zwiększenie wymiaru zarządzania magazynem wymaga stosowania zaawansowanych metod w celu minimalizacji wszelkich kosztów. Jednym z głównych środków umożliwiających osiągnięcie tych celów jest optymalizacja. Sprzyja temu obserwowany od szeregu lat zarówno rozwój metod i technik optymalizacji, jak i coraz szersze stosowanie ich w praktyce. Do obszaru poszukiwania skutecznych metod rozwiązywania wielokryterialnych zadań optymalizacyjnych należy ewolucyjna optymalizacja wielokryterialna. Narzędzia optymalizacji znajdują wiele zastosowań w problemach związanych z minimalizacją kosztów [Chaisiri, Lee, Niyato 2012, ss. 164–177; Yeh 2015, ss. 1051–1065; Yepes, Martí, García-Segura 2015, ss. 123–134; Sawik 2015, ss. 58–66]. Systemami wymagającymi minimalizacji kosztów związanych z wieloma kryteriami są systemy magazynowe. W wyniku powstania złożonych systemów sterowania zapasami coraz większy udział ma zastosowanie optymalizacji wielokryterialnej do tego typu problemów. Techniki Pareto zostały zaproponowane w latach 1993 oraz 1994, np. MOGA [Fonseca, Fleming 1993, ss. 416–423], NPGA [Horn, Nafpliotis, Goldberg 1994, ss. 82–87] and NSGA [Srinivas, Deb, 1994, ss. 221–248]. Jednym z najbardziej efektywnych algorytmów używanych w problemach optymalizacji wielokryterialnej jest Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA) zaproponowany w [Zitzler, Thiele 1998, ss. 1–34]. Co więcej, utworzono również ulepszoną wersję tego algorytmu zwaną SPEA2 [Zitzler, Laumanns, Thiele 2001, ss. 95–100]. Algorytm ten jest jedną z najważniejszych wielokryterialnych metod ewolucji, które wykorzystują elitaryzm [Zitzler, Thiele 1999, ss. 257–271]. W ostatnich latach nastąpiło zwiększenie zainteresowania rozwiązaniem problemu zarządzania magazynem. Przed samymi systemami sterowania stworzono wiele różnych modeli magazynu: [Chołodowicz, Orłowski 2015a, ss. 28–32; Ouyang, Wu, Cheng 2013, ss. 277–288; Sarkar 2013, ss. 3138–3151]. Coraz więcej prac skupiało się również na stworzeniu nowego bądź zmodyfikowanego systemu sterowania magazynem: [Ignaciuk, Bartoszewicz 2011, ss. 39–49; Ignaciuk, Bartoszewicz 2010, ss. 269–274; Leśniewski, Bartoszewicz 2014, ss. 4589–4594; Ignaciuk 2015, ss. 338–348; Ignaciuk, Bartoszewicz 2012, ss. 1561–1582; Fattahi, Hajipour, Nobari 2015, ss. 211–223; Chołodowicz, Orłowski 2015b, ss. 55–60; Chołodowicz, Orłowski 2015c, ss. 568–572; Abrahamowicz, Orłowski 2016, ss. 5–10; Orłowski 2016]. Ze względu na

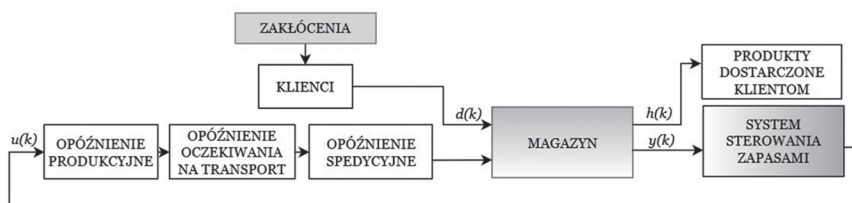
występowanie zjawiska zwiększenia wariacji ilości zamawianych produktów w systemie magazynowym, zwanego efektem byczego bicza (*bullwhip effect*) [Dejonckheere, Disney, Lambrecht i in. 2003, ss. 567–590], konieczne jest stosowanie specjalnych metod, aby zminimalizować bądź wyeliminować jego wpływ. To niezwykle niekorzystne zjawisko doprowadziło do powstania szeregu metod stosowanych do tej pory i ma związek ze stabilnością łańcuchów dostaw – co zostało poddane analizie przez duet Riddalls, Bennett [2002, ss. 459–475]. Przeprowadzone tam rozważania określają ilościowo wpływ efektu zwiększenia wariacji na stabilność systemu i wskazują na mechanizm eliminujący ten wpływ – tzw. mechanizm z pracą w toku (WIP, *work-in-progress position*). Z drugiej strony Chołodowicz i Orłowski [2015b, ss. 55–60] zaproponowali metodę ze zmiennym w czasie opóźnieniem dostaw, która oparta jest na predyktorze Smitha. Jednakże w innych pracach [Dejonckheere, Disney, Lambrecht i in. 2003, ss. 567–590; Riddalls, Bennett 2002, ss. 459–475] przedstawiona jest ogólna zasada uzupełniania zapasów, która znacznie zmniejsza wzrost wariacji z zastosowaniem teoretycznego podejścia do sterowania, które łączy w sobie różne metody prognozowania.

Celem pracy jest analiza porównawcza dwóch systemów sterowania w obecności stochastycznego zaburzenia zapotrzebowania rynku z różną wariacją. Do analizy przyjęto dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem [Chołodowicz, Orłowski 2015a, ss. 28–32]. Nastawy układów regulacji zostały wyznaczone w wyniku minimalizacji wskaźnika kosztu za pomocą SPEA2. Jako kryterium jakości sterowania przyjęto wskaźnik minimalizujący koszty gromadzenia i utrzymania zapasów oraz utracone korzyści związane z brakiem możliwości zaspokojenia zapotrzebowania rynku w celu dokonania porównania pomiędzy klasyczną cykliczną polityką zarządzania zapasami z mechanizmem pracy w toku (*work-in-progress*) (A) a układem sterowania z regulatorem PD oraz z predyktorem Smitha (B). W pracy zawarto wyniki obliczeń i symulacji komputerowych dla przyjętego zaburzonego stochastycznie scenariusza zmian zapotrzebowania rynku.

Model matematyczny

Model matematyczny systemu magazynowego został podany w pracy Chołodowicz i Orłowskiego [2015a, ss. 28–32]. Na rys. 1 przedstawiony jest schemat blokowy systemu magazynowego.

Rysunek 1. Schemat blokowy systemu magazynowego



Źródło: Opracowanie własne.

Schemat składa się z podstawowych elementów systemu magazynowego wraz z opóźnieniami i uwzględnieniem zakłóceń gdzie $d(k)$ to zmienne w czasie zapotrzebowanie na rynku na towary z magazynu. Przyjęto, że jest to pewna, nieznaną, ograniczoną z góry funkcja: $0 \leq d(k) \leq d_{\max} \cdot u(k)$ – (sygnał sterujący) ilość produktów zamówionych k -tego dnia, τ_p – opóźnienie produkcyjne związane z czasem potrzebnym na wyprodukowanie oraz skompletowanie zamówienia, τ_s – opóźnienie spedycyjne – czas niezbędny na transport zamówionych produktów do magazynu bez czasu oczekiwania na transport, $\tau_o(k)$ – zmienne w czasie opóźnienie wynikające z oczekiwania na środek transportu, $h(k)$ – ilość produktów sprzedanych, która zależy od zapotrzebowania oraz dostępnych zapasów magazynowych $y(k)$. Przy czym spełnione są nierówności:

$$0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max}, 0 \leq y(k) \leq y_{\max} \quad (1)$$

Jeżeli poziom zapasów jest wystarczający, to zachodzi $d(k)=h(k)$. Wprowadzono również współczynnik wysyłki w chwili czasu k w celu uwzględnienia w modelu zmiennego w czasie opóźnienia związanego z kumulacją produktów w oczekiwaniu na transport:

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{- wysyłka} \\ 1 & \text{- oczekiwanie na transport} \end{cases} \quad (2)$$

Liczba produktów oczekujących na wysyłkę do magazynu jest opisana zależnością:

$$x(k) = q(k-1)x(k-1) + u(k - \tau_p) \quad (3)$$

gdzie: $x(k) \geq 0$, $u(k) \geq 0$

Stan magazynu w chwili k jest zależny od poprzedniego stanu magazynu, liczby produktów dostarczonych do magazynu i produktów wydanych z magazynu $h(k)$, co przedstawia poniższa zależność:

$$y(k) = y(k-1) + (1 - q(k - \tau_s))x(k - \tau_s) - h(k) \quad (4)$$

Opis układów sterowania

Zadaniem układu sterowania systemem dostaw w magazynie jest utrzymanie odpowiedniego oraz wystarczającego poziomu zapasów w magazynie w zależności od zmiennego w czasie zapotrzebowania $d(k)$. Wystarczający poziom zapasów to ten, który pokryje zapotrzebowanie, a odpowiedni oznacza adekwatną liczbę produktów w stosunku do danego zapotrzebowania. Klasyczne systemy sterowania zapasami SCS (*Stock Control Systems*) stanowią podstawę regulacji stanów zapasów wielu przedsiębiorstw. Losowy charakter popytu jest przyczyną używania w praktyce określenia: stochastyczne systemy sterowania zapasami (*Stochastics Inventory Control Systems*). Zarządzanie zapasami w systemach SCS polega na udzieleniu odpowiedzi na pytania: „Kiedy i ile zamawiać?” – realizowane jest to poprzez ustalenie dla każdego scenariusza zapotrzebowania odpowiednich parametrów nazwanych normami sterowania, odnoszących się do ilościowo-czasowych parametrów zapasów. Wielkość tempa dopływu produktów do klientów uwarunkowana jest przez politykę dostaw stosowaną w danym przedsiębiorstwie. Jednymi z automatycznych systemów sterowania opartych na klasycznych politykach dostaw są: ciągły (dowolny okres zamawiania) oraz cykliczny (stały okres zamawiania) system sterowania zamówieniami. W pracy dokonano porównania dwóch systemów: cyklicznego obecnego w literaturze oraz systemu zaproponowanego przez autorów opartego na regulatorze proporcjonalno-różniczkującym i predyktorze Smitha.

A) Klasyczny cykliczny system sterowania zapasami z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów

Założeniem systemu ze stałym okresem zamawiania (*Periodic Reorder System*) jest zmienna wielkość składanego zamówienia $x(k)$ przy stałym okresie jego ponawiania. Wymaga to cyklicznego ustalania wielkości zamówienia.

Uzupełnianie zapasu następuje do ustalonego maksymalnego poziomu. System nie wymaga ciągłej kontroli stanów zapasów, lecz kontroli okresowej – odpowiada jednoznacznie na pytanie „kiedy zamawiać?”. Aby umożliwić adaptację poziomu zapasów zależną od zapotrzebowania rynkowego dodano wzmocnienie k_r . W celu zminimalizowania efektu przeregulowania takich systemów sterowania (*bullwhip effect*) wprowadzony został mechanizm ograniczania jego wpływu na układ. W pracy zastosowano tzw. mechanizm pracy w toku, dzięki temu możliwe jest uwzględnienie zamówień w trakcie realizacji oraz adekwatne porównanie zachowania się dwóch badanych w pracy układów sterowania. Z tego powodu w pracy przedstawiona jest zmodyfikowana wersja klasycznego cyklicznego systemu sterowania zapasami, którą przedstawia rys. 2 i opisuje następująca zależność:

$$B(t) = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli stacja zajęta w czasie } t \\ 0, & \text{jeżeli stacja wolna w czasie } t, \end{cases} \quad (5)$$

B) System sterowania magazynem z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym oraz predyktorem Smitha z adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów

Struktura układu przedstawiona jest na rys. 3. System sterowania jest oparty na strukturze z predyktorem Smitha. Predyktor Smitha jest rodzajem regulatora predykcyjnego, który został stworzony dla systemów charakteryzujących się długimi opóźnieniami. Jego struktura składa się z implementacji modelu bez opóźnienia oraz z opóźnieniem. Biorąc pod uwagę koncepcje sterowania układów z opóźnieniami z zastosowaniem predyktora Smitha, przyjęto przybliżony model układu bez opóźnienia w następującej formie:

$$\hat{y}_p(k) = \hat{y}_p(k-1) + u(k-1) - h(k) \quad (6)$$

oraz model zmiennego w czasie opóźnienia dostaw w postaci:

$$\hat{x}(k) = q(k-1)\hat{x}(k-1) + \hat{y}_p(k - \tau_p + 1) \quad (7)$$

$$\hat{y}(k) = (1 - q(k))\hat{x}(k - \tau_s) \quad (8)$$

Model regulatora PD dla błędu sterowania modelu przybliżonego bez opóźnienia oraz błędu modelu przybliżonego z opóźnieniem $y(k) - \hat{y}(k)$ dany jest w postaci:

$$u(k) = k_2 \varepsilon(k) + k_3 (\varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)) \quad (9)$$

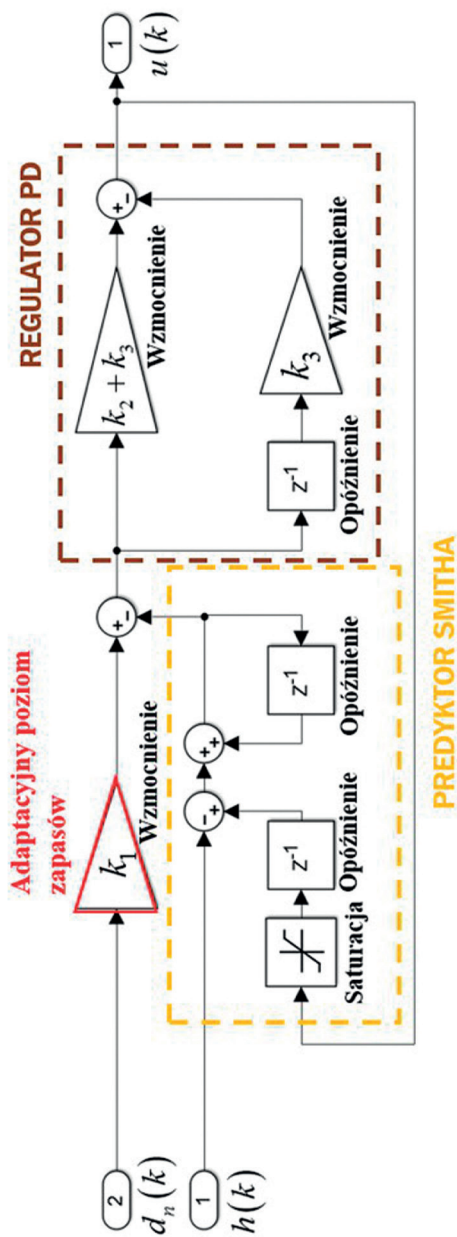
gdzie:

$$\varepsilon(k) = y_{ref}(k) - \hat{y}_p(k) \quad (10)$$

Założono, iż wartość referencyjna poziomu zapasów $y_{ref}(k)$ jest następującą liniową funkcją zapotrzebowania:

$$y_r(k) = k_1 d(k) \quad (11)$$

Rysunek 3. Schemat blokowy systemu sterowania magazynem z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym oraz predyktorem Smitha z adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów



Źródło: Opracowanie własne.

Zagadnienie optymalizacji dwukryterialnej

Aby podejmować efektywne decyzje związane z przyjmowaną polityką uzupełniania zapasów niezbędna jest znajomość kosztów zapasów. Wśród kosztów związanych z gospodarką zapasami wyróżnia się koszt utrzymania zapasów (*Holding Cost*) oraz koszt niedoboru zapasu (*Shortage Cost*). Koszt utrzymania zapasu stanowi zamrożony kapitał obrotowy i w rezultacie jest odpowiedzią na pytanie, jaka część zapasów jest wykorzystywana. Z kolei koszt niedoboru, czyli innymi słowy koszt wyczerpania zapasu, to koszt będący skutkiem braku dostępności produktów w okresie zapotrzebowania przewyższającego stan magazynu. Koszt niedoboru przyjmować może dwie formy: przeniesienie utraconych korzyści na następne okresy albo brak możliwości odzyskania utraconej sprzedaży. W niniejszej pracy przyjęto, że niedobory skutkują bezpowrotną utratą potencjalnych zysków. Przyjętym w modelu kryterium optymalizacji w ustalaniu ekonomicznej wielkości zamówienia jest minimalizacja kosztów utrzymania zapasów oraz minimalizacja występowania przestoju.

W pracy rozważony został problem znalezienia optymalnych wartości parametrów k_1, k_2, k_3 układów dynamicznych przy strukturach opisanych równaniami (5)–(11) oraz przedstawionymi na rysunku 2 i 3. W tym celu sformułowano następujące dwa wskaźniki kosztu:

$$j_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N (d(k) - h(k)) \quad (12)$$

$$j_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N y(k) \quad (13)$$

gdzie:

j_1 – koszt strat związanych z przestojami

j_2 – koszt utrzymania zapasów

$n_0 = \tau_p + \tau_s + \tau_o$ – skumulowane opóźnienie układu dla $u(k=0)$

N – długość horyzontu czasowego analizy.

Funkcja celu jest przedstawiona w postaci następującego wektora:

$$j = [j_1, j_2]$$

Zagadnienie znalezienia optymalnych wartości parametrów $k_j, j=1,2,3$ układu dynamicznego (1)–(4) przy jego strukturach danych (5)–(11) zostało przedstawione w postaci następującego zadania optymalizacji:

$$\min_k j \quad (15)$$

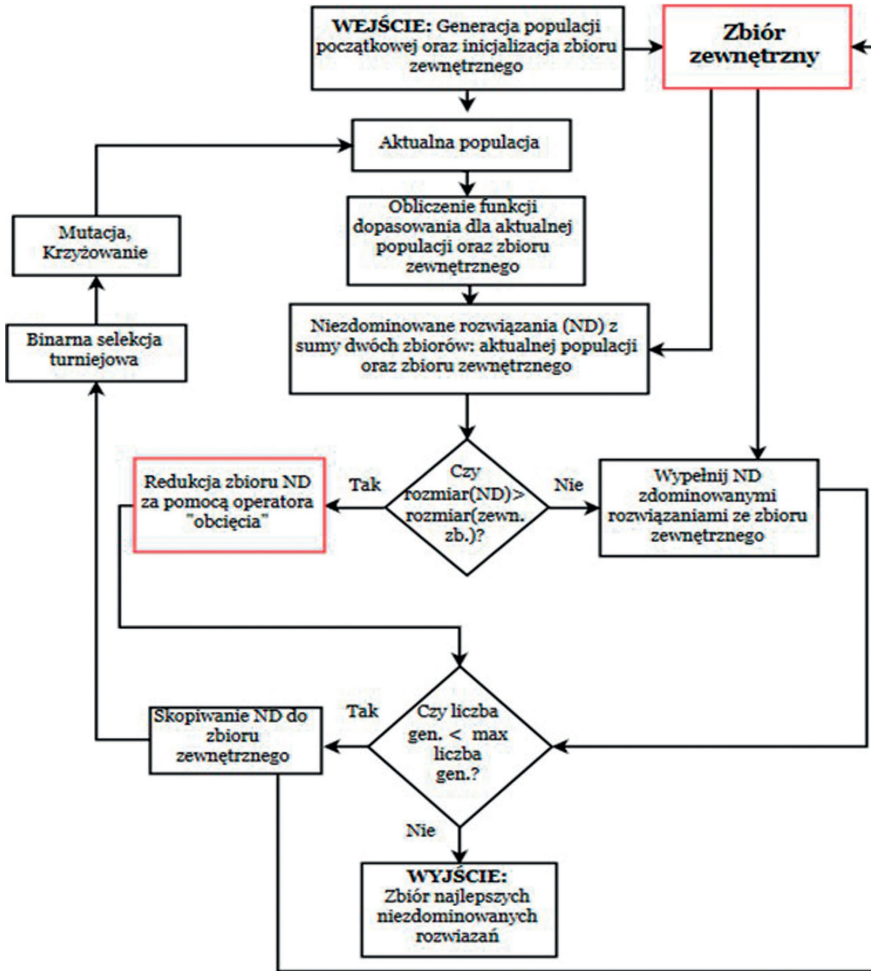
Gdzie ograniczenia parametrów regulatora zależą od jego struktury:

$k=[k_1, k_2]$, $k_1 \geq 0$, $k_2 \geq 0$ dla równania (5)

$k=[k_1, k_2, k_3]$, $k_1 \geq 0$, $k_2 \geq 0$, $k_3 \geq 0$ dla równania (6)–(11)

W dalszej części do wyznaczenia wartości k_1, k_2, k_3 wykorzystano algorytm SPEA2. Schemat blokowy ukazujący etapy SPEA2 zaprezentowany jest na rys. 4.

Rysunek 4. Schemat blokowy przedstawiający algorytm SPEA2



Źródło: Opracowanie własne.

Badania symulacyjne i analiza

Optymalizacja procesów logistycznych w magazynie polega na maksymalnym wykorzystaniu posiadanych zasobów przy utrzymaniu minimalnych kosztów. Istotne jest zachowanie możliwie najlepszej ciągłości przepływu towarów. Poprawność realizacji złożonych procesów magazynowych zależy od poprawnego funkcjonowa-

nia pojedynczego układu sterującego, który podejmuje dwie główne decyzje: termin złożenia zamówienia oraz ilość produktów przypadająca na jedno zamówienie. Sterowanie nowoczesnymi systemami magazynowymi bazuje w istocie w pełni na technologiach informatycznych oraz automatyzacyjnych. Metody symulacyjne odgrywają również znaczącą rolę w badaniach systemów magazynowych i są efektywnymi narzędziami wykorzystywanymi do poprawy funkcjonowania zaprojektowanych układów sterowania. Pozwalają one w znacznym stopniu wyeliminować ryzyko podjęcia nieprawidłowej decyzji dotyczącej wielkości i terminu zamówienia poprzez analizę wpływu poprzedniego zapotrzebowania na zachowanie się systemu. W tej sekcji są zaprezentowane wyniki symulacji komputerowych w środowisku Matlab/Simulink oraz analiza porównawcza otrzymanych rozwiązań dla dwóch systemów automatycznego sterowania zapasami: A – *klasycznego cyklicznego systemu sterowania zapasami z adaptacyjnym maksymalnym poziomem zapasów* i B – *systemu sterowania magazynem z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym oraz predyktorem Smitha z adaptacyjnym referencyjnym poziomem zapasów* zaproponowanego przez autorów. Do badań symulacyjnych przyjęto struktury wybranych układów sterowania przedstawione na rys. 2 i 3 oraz liniowy, niestacjonarny, dyskretny model układu dynamicznego systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem dostaw (3)–(4) z ograniczeniami sygnałów (1)–(2). Wybrane dwa układy sterowania zamówieniami opisane są równaniami (5)–(11). Optymalizacja układów sterowania A oraz B jest zrealizowana z zastosowaniem algorytmu SPEA2 – z parametrami: liczebność populacji: 500 oraz maksymalna liczba generacji: 50. W przeprowadzonym procesie optymalizacji pod uwagę brane są dwa kryteria: kryterium reprezentujące koszty utraconych korzyści z powodu przestojów j_1 oraz kryterium opisujące koszty utrzymania zapasów j_2 , określone mianem wskaźników jakości danych w postaci (12)–(13). Na potrzeby badań symulacyjnych założono następujące warunki (parametry układów): opóźnienie produkcyjne równe opóźnieniu transportowemu $\tau_p = \tau_s = 10$ dni, zmienne w czasie opóźnienie dostaw $\tau_o(k)$, horyzont czasowy $N=1000$ dni, czas próbkowania równy 1 dzień, brak możliwości zwrotów towarów. Ze względu na potencjalne możliwości zastosowania proponowanego rozwiązania w rzeczywistym układzie sterowania rozważana jest klasa środków transportu kursujących periodycznie i charakteryzujących się dużymi opóźnieniami. Wybrany środek transportu uwzględni zmienne w czasie opóźnienie i fakt, że zamówienia są kumulowane. Przykładem takiego środka transportu jest statek. Na potrzeby badań symulacyjnych przyjęto, że co 10 dni odbiera całość dostarczonych towarów $x(k)$. W przypadku systemu A generator cyklu jest syn-

chronizowany ze środkiem transportu. W celu uzyskania najkrótszego czasu dostarczenia zamówienia opóźnienie oczekiwania na transport dla systemu A jest równe 0. Do rozważań przyjęto scenariusz zmiennego zapotrzebowania ze stochastycznym multiplikatywnym zaburzeniem o wariancjach $\sigma^2: 0, 0,005$ oraz $0,1$, wyrażone jest za pomocą następującej zależności:

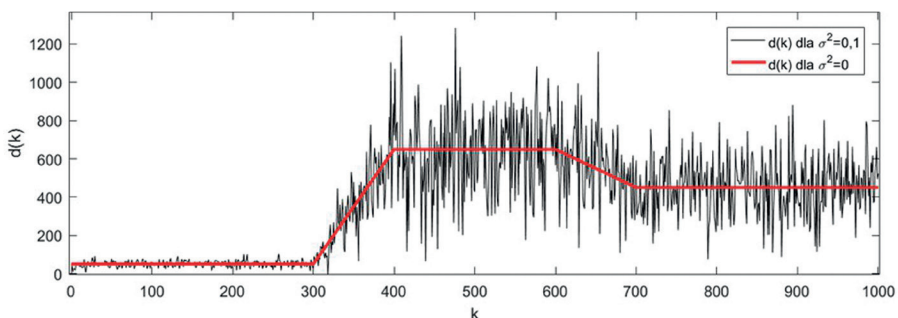
$$d(k) = d_n(k)r(k) \tag{16}$$

gdzie:

$$r(k) - \text{proces losowy Gaussa, taki, że: } E(r(k)) = 1 \text{ i } E(r^2(k)) = \sigma^2$$

Na rysunku 5 ukazano sygnał zapotrzebowania z zakłóceniem o wartości wariancji: $0,1$ oraz bez zakłócenia.

Rysunek 5. Sygnał zapotrzebowania $d(k)$ bez zakłóceń i z zakłóceniem



Źródło: Opracowanie własne.

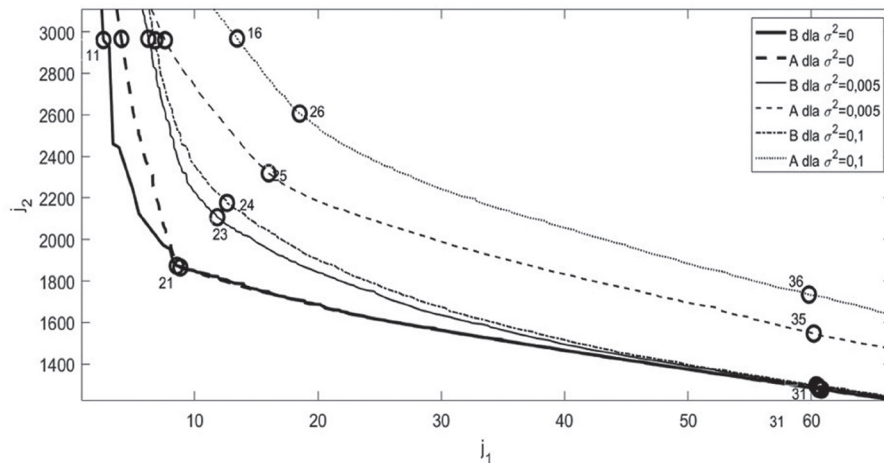
W skład kryteriów analizy porównawczej układów A oraz B wchodzi: wykresy frontów Pareto z wybranymi punktami wyznaczonymi na podstawie trzech kryteriów

$$(\min(50j_1 + j_2), j_1 \approx \text{const}, j_2 \approx \text{const})$$

oraz odpowiedzi układów przedstawiające poziom zapasów oraz różnice pomiędzy zapotrzebowaniem a zakupionymi produktami dla trzech wybranych wartości wariancji zaburzenia stochastycznego sygnału zapotrzebowania klientów $\sigma^2: 0, 0,005$ i $0,1$. Skonfrontowano liczbę, długość trwania przestoju oraz utrzymywane zapasy magazynowe w okresach liniowego wzrostu, spadku oraz stałej wartości zapotrzebo-

wania. Na podstawie wyników symulacji dokonano empirycznej weryfikacji efektywności układów sterowania w zależności od wariancji zakłóceń.

Rysunek 6. Front Pareto oraz punkty wyznaczone na podstawie kryteriów dla trzech wybranych wariancji zakłóceń



Źródło: Opracowanie własne.

Na rys. 6 znajduje się wykres z frontami Pareto, na osi x jest koszt przestoju j_1 oraz na osi y jest koszt utrzymywania zapasów j_2 dla 3 wartości wariancji. W celu porównania ilościowego wszystkich otrzymanych rozwiązań Pareto obliczono pola powierzchni pomiędzy wykresami systemów A i B dla takiej samej wartości wariancji. Następnie wyznaczono ich dwa ilorazy dla wariancji 0,005 i 0, który wynosi 11, oraz dla wariancji 0,01 i 0,005, który wynosi 5,5. Ukazuje to rosnącą przewagę systemu B nad A wraz ze wzrostem wariancji. System B odznacza się zatem lepszą odpornością na zakłócenia.

Na rysunku 6 zaznaczono 3 grupy punktów 11–16, 21–26, 31–36, punkty 12–15 nie zostały podpisane ze względu na czytelność rysunku, są to kolejne punkty pomiędzy punktami 11–16. Punkty zostaną wykorzystane w analizie porównania stanu zapasów $y(k)$ w magazynie oraz utraconych korzyści na rzecz przestoju $d(k)-h(k)$. Punkty zostały wybrane na podstawie trzech kryteriów:

- 1) $j_2 \approx \text{const} \approx 2960 \div 2970$: punkty 11–16
- 2) $\min(50j_1 + j_2)$: punkty 21–26
- 3) $j_2 \approx \text{const} \approx 60,0 \div 60,8$: punkty 31–36

Wyniki zastosowania trzech wymienionych kryteriów do rozwiązań Pareto optymalnych dla dwóch systemów sterowania zamówieniami: A oraz B otrzymanych w procesie optymalizacji bikryterialnej zamieszczono w tabeli 1.

Kolejnym etapem analizy jest porównanie wybranych przypadków spośród punktów tabeli 1. Można zauważyć, że przy podobnej wartości j_2 dla wariancji równej 0, koszt j_1 jest mniejszy dla systemu B o mniej więcej 36%, dla $\sigma^2=0,005$ o 18%, dla $\sigma^2=0,1$ o 50%. Z kolei dla stałego kosztu utrzymania zapasów wartości dla systemów A i B są w przybliżeniu równe dla $\sigma^2=0$, a dla wariancji różnej od 0 zachodzi znacząca poprawa wskaźnika j_2 dla systemu B wraz ze wzrostem wariancji odpowiednio dla $\sigma^2=0,005$ o 17%, $\sigma^2=0,1$ o 25% mniejsze wartości j_2 w porównaniu z systemem A.

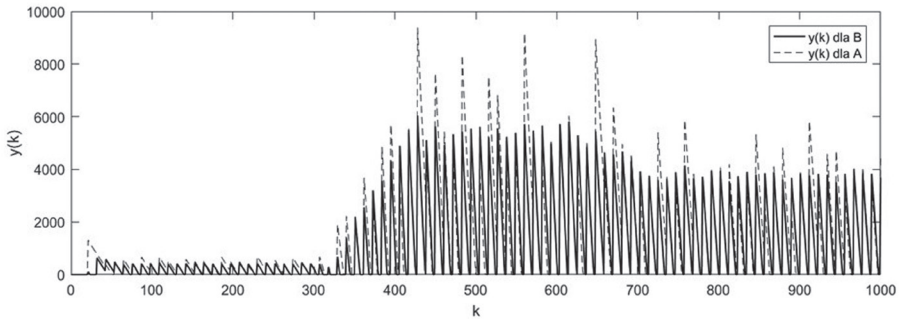
W celu dokonania porównania odpowiedzi dwóch układów sterowania wyznaczono wartości szczytowe zapasów magazynowych osiągnane w przedziałach liniowo narastającego zapotrzebowania $d(k)$ na rysunku 7 dla punktów 33,35 oraz $\sigma^2=0,005$. Dla przedziału $k \in (300,400)$ wartość $d(k)$ rośnie z 50 do 650, a wartości szczytowe wynoszą odpowiednio: A – 5704, B – 4317 dla $k=395$. W okresie spadku zapotrzebowania $k \in (600,700)$ z 650 na 450 wartości szczytowe zapasów magazynowych przedstawiają się następująco: A – 8942, B – 5439 dla $k=648$.

Tabela 1. Wyniki optymalizacji z zastosowaniem SPEA2 dla systemów sterowania zamówieniami: A oraz B

System	$\sigma^2 = 0$						$\sigma^2 = 0,005$						$\sigma^2 = 0,1$					
	Punkt	J_1	J_2	k_1	k_2	k_3	Punkt	J_1	J_2	k_1	k_2	k_3	Punkt	J_1	J_2	k_1	k_2	k_3
B	11	2,61	2961	74,6	0,023	0,938	13	6,24	2967	33,8	0,521	0,003	14	6,81	2959	35,4	0,286	0,007
A	12	4,07	2966	28,0	2000	—	15	7,60	2960	33,4	37,8	—	16	13,5	2968	33,2	39,8	—
B	21	8,55	1873	30,2	0,791	0,516	23	11,8	2107	33,9	0,226	0,038	24	12,6	2176	35,2	0,172	0,049
A	22	8,84	1865	29,9	11,3	—	25	16,0	2318	30,9	86,4	—	26	18,5	2606	31,6	107	—
B	31	60,6	1280	33,0	0,095	0,469	33	60,6	1291	49,7	0,034	2,00	34	60,4	1296	77,5	0,016	0,0005
A	32	60,8	1277	25,0	155	—	35	60,2	1546	25,6	161	—	36	60,0	1734	25,9	248	59,8

Źródło: Opracowanie własne.

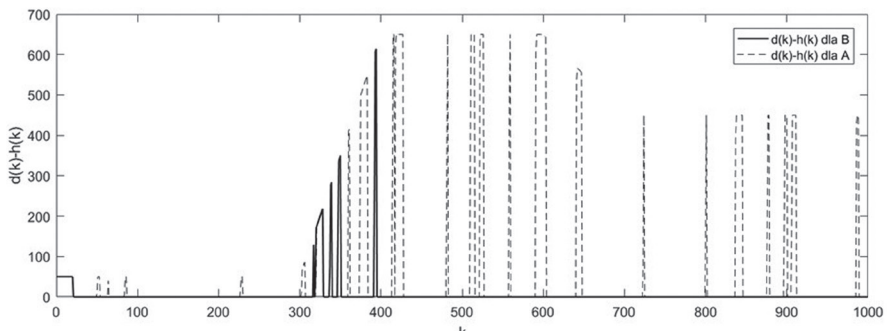
Rysunek 7. Odpowiedź układu – poziom zapasów $y(k)$ dla punktów 33,35 dla $\sigma^2=0,005$



Źródło: Opracowanie własne.

Na rys. 8 przedstawiono różnicę pomiędzy zapotrzebowaniem klientów, a dostarczonymi im produktami dla punktów 14,16 i wariancji $\sigma^2=0,1$. Łącznie przestoje przy liniowym wzroście zapotrzebowania dla A trwały: 23 dni zaś dla B – 17 dni. Dla systemu A odnotowano 4 przestoje trwające średnio: 6 dni, a dla B – 5 przestojów o średniej długości 3 dni. Z kolei przy liniowym spadku zapotrzebowania sytuacja przedstawia się następująco: A – 9 dni, B – 0 dni. Dla A wystąpiły 2 przestoje o średniej długości trwania 5 dni. Dla interwału pomiędzy wzrostem i spadkiem zapotrzebowania, czyli $k \in (400,600)$ możemy zauważyć 0 straty klientów dla systemu B, a 31 dni przestojów dla systemu A, w tym 7 takich przestojów o średniej długości trwania 4 dni.

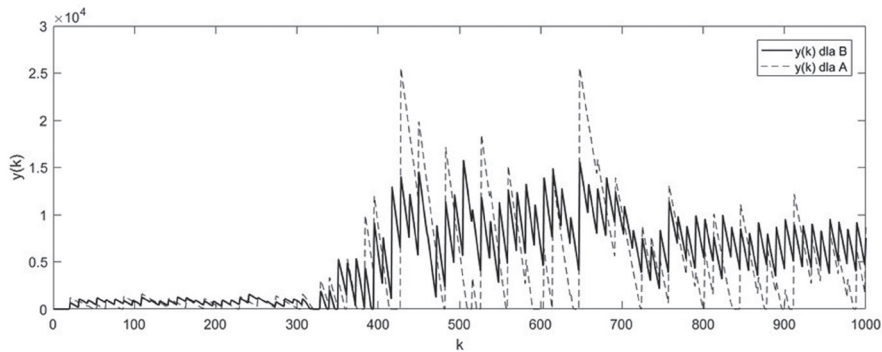
Rysunek 8. Odpowiedź układu – różnica pomiędzy zapotrzebowaniem klientów $d(k)$, a zakupionymi produktami $h(k)$ dla punktów 14,16 dla $\sigma^2=0,1$



Źródło: opracowanie własne.

Dla $k \in (300,400)$ wartość $d(k)$ rośnie z 50 do 650, a wartości szczytowe wynoszą odpowiednio: A – 12000, B – 9139 dla $k=395$. W okresie spadku zapotrzebowania $k \in (600,700)$ z 650 na 450 wartości szczytowe zapasów magazynowych przedstawiają się następująco: A – 25540, B – 15630 dla $k=648$.

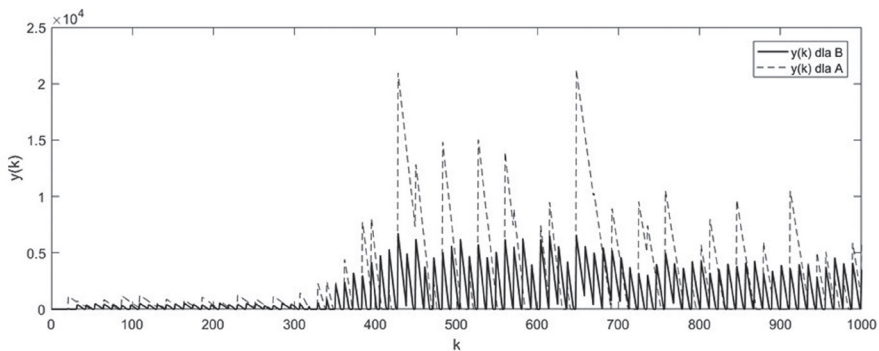
Rysunek 9. Odpowiedź układu – poziom zapasów $y(k)$ dla punktów 14,16 dla $\sigma^2=0,1$



Źródło: Opracowanie własne.

Dla $k \in (300,400)$ wartości szczytowe dla wariancji 0,1 wynoszą odpowiednio: A – 8031, B – 4186 dla $k=395$. W okresie spadku zapotrzebowania $k \in (600,700)$ wartości szczytowe zapasów magazynowych przedstawiają się następująco: A – 21270, B – 6595 dla $k=648$.

Rysunek 10. Odpowiedź układu – poziom zapasów $y(k)$ dla punktów 34,36 dla $\sigma^2=0,1$

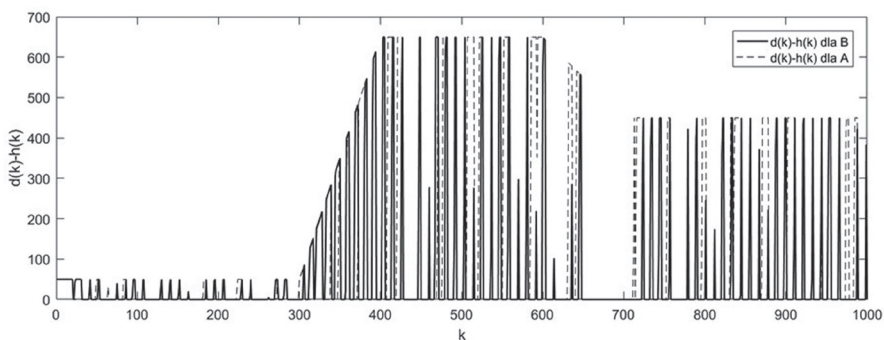


Źródło: Opracowanie własne.

Przedstawione na rys. 11 niedobory produktów na całym horyzoncie analizy dla punktów 34,36 i $\sigma^2=0,1$ pozwalają dokonać porównania ilościowego. Łącznie przestoje przy liniowym wzroście zapotrzebowania dla A trwały: 31 dni, co odpowiada liczbie 6 przestoi średnio po 5 dni trwania, a dla B – 42 dni, 9 przestojów, również 5-dniowych. Dla $k \in (400,600)$: A – 59 dni, w tym 8 przestojów o średniej długości 7 dni, B – 30 dni, 18 przestojów trwających średnio 2 dni. Z kolei przy liniowym spadku zapotrzebowania sytuacja przedstawia się następująco: A – 14 dni, 3 przestoje średnio po 5 dni, a B – 7 dni, 4 przestoje średnio po 2 dni.

Cykliczny system sterowania zapasami (A) ma zwiększone w porównaniu z systemem z regulatorem PD i predyktorem Smitha (B) koszty spowodowane utrzymaniem większych poziomów zapasów. W rozpatrywanym przypadku zapasy w A są większe o 32% poziomu zapasów systemu B w okresie liniowego wzrostu zapotrzebowania oraz o 64% w okresie spadku zapotrzebowania dla $\sigma^2=0,005$ dla kryterium $j_1 \approx \text{const}$ oraz o 92% i 222% dla tego samego kryterium, ale wariancji 20-krotnie większej ($\sigma^2=0,1$).

Rysunek 11. Odpowiedź układu – różnica pomiędzy zapotrzebowaniem klientów $d(k)$, a zakupionymi produktami $h(k)$ dla punktów 34,36 dla $\sigma^2=0,1$



Źródło: Opracowanie własne.

Zakończenie

Potrzeba efektywnego sterowania zapasami w logistycznych łańcuchach dostaw w warunkach rosnącej dynamiki tych procesów stwarza obecnie szczególnie duże zapotrzebowanie na układy automatycznego sterowania uwzględniające modelowa-

nie zakłóceń występujących w rzeczywistych przebiegach procesów magazynowych. Przeprowadzone badania symulacyjne wykazują, że zaproponowany układ z regulatorem PD i predyktorem Smitha ma przewagę nad klasycznym cyklicznym systemem sterowania zapasami w sytuacji, gdy zapotrzebowanie klientów jest zaburzone stochastycznie, mimo że dla obu układów zamówienia są kumulowane i dostarczane w przyjętym scenariuszu w tych samych momentach, raz na 10 dni. Za stosowaniem systemów cyklicznego sterowania zapasami w praktyce przemawia często brak możliwości ciągłego monitorowania stanów zapasów oraz ograniczone możliwości transportowe – wpływa to na konieczność utrzymywania w systemie relatywnie większego poziomu zapasu. Z uwagi na okresowe sterowanie zapasami okres przestojów jest znacznie dłuższy dla systemu cyklicznego sterowania zamówieniami, łączna długość trwania przestojów wynosi 136 dni dla systemu A, dla B zaś 66 dni – system cyklicznego sterowania zapasami zachowuje duże, wynikające z braku bieżącej kontroli zapasów, prawdopodobieństwo nieprzewidzianych niedoborów. W sytuacji braku zakłóceń zapotrzebowania oba systemy zachowują się podobnie. Dopiero wpływ zakłóceń o niezerowej wariancji ukazuje przewagę systemu z regulatorem PD i predyktorem Smitha – wraz ze wzrostem wariancji wzrasta różnica pól pomiędzy wykresami dwóch badanych systemów magazynowych.

Bibliografia

Abrahamowicz E., Orłowski P. (2016), *Zastosowanie regulatora ułamkowego rzędu PD do automatycznego sterowania zamówieniami dla magazynu ze zmiennym w czasie opóźnieniem dostaw*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, t. 20, nr 2.

Chaisiri S., Lee B. S., Niyato D. (2012), *Optimization of resource provisioning cost in cloud computing*, „IEEE Transactions on Services Computing”, t. 5, nr 5.

Chołodowicz E., Orłowski P. (2015a), *Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem*, „Logistyka”, t. 4.

Chołodowicz, E., Orłowski, P. (2015b), *Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, t. 19, nr 3.

Chołodowicz E., Orłowski P. (2015c), *A periodic inventory control system with adaptive reference stock level for long supply delay*, „Measurement Automation Monitoring”, t. 61, nr 12.

Dejonckheere J., Disney S. M., Lambrecht M. R. i in. (2003), *Measuring and avoiding the bullwhip effect: A control theoretic approach*, „European Journal of Operational Research”, t. 147, nr 3.

Fattahi P., Hajipour V., Nobari A. (2015), *A bi-objective continuous review inventory control model: Pareto-based meta-heuristic algorithms*, „Applied Soft Computing”, t. 32.

Fonseca, Fleming (1993), *Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation Discussion and Generalization*, „ICGA”, t. 93.

Horn J., Nafpliotis N., Goldberg D. E. (1994), *A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization*, „Evolutionary Computation”, IEEE World Congress on Computational Intelligence, Proceedings of the First IEEE Conference on. Ieee.

Ignaciuk P. (2015), *Discrete-time control of production-inventory systems with deteriorating stock and unreliable supplies*, „IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems”, t. 45, nr 2.

Ignaciuk P., Bartoszewicz A. (2010), *LQ optimal sliding mode supply policy for periodic review inventory systems*, „IEEE Transactions on Automatic Control”, t. 55, nr 1.

Ignaciuk P., Bartoszewicz A. (2011), *Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems*, „Bulletin of the Polish academy of sciences: technical sciences”, t. 59, nr 1.

Ignaciuk P., Bartoszewicz A. (2012), *LQ optimal sliding-mode supply policy for periodic-review perishable inventory systems*, „Journal of the Franklin Institute”, t. 349, nr 4.

Leśniewski P., Bartoszewicz A. (2014), *Non-switching reaching law based discrete time quasi-sliding mode control with application to warehouse management problem*, „IFAC Proceedings Volumes”, t. 47, nr 3.

Orłowski P. (2016), *Analiza dwukryterialnego problemu optymalizacji w zastosowaniu do automatycznego sterowania systemem zamówień w magazynie z dużymi opóźnieniami dostaw z wykorzystaniem regulatora feedback-feedforward z predyktorem Smitha*, „Przegląd Elektrotechniczny”.

Ouyang L. Y., Wu K. S., Cheng M. C. (2013), *An inventory model for deteriorating items with exponential declining demand and partial backlogging*, „Yugoslav Journal of Operations Research”, t. 15, nr 2.

Riddalls C. E., Bennett S. (2002), *The stability of supply chains*, „International Journal of Production Research”, t. 40, nr 2.

Sarkar B. (2013), *A production-inventory model with probabilistic deterioration in two-echelon supply chain management*, „Applied Mathematical Modelling”, t. 37, nr 5.

Sawik T. (2015), *On the fair optimization of cost and customer service level in a supply chain under disruption risks*, „Omega”, t. 53.

Srinivas N., Deb K. (1994), *Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms*, „Evolutionary Computation”, t. 2, nr 3.

Yeh W. W. (2015), *Review: Optimization methods for groundwater modeling and management*, „Hydrogeology Journal”, t. 23, nr 6.

Yepes V., Martí J. V., García-Segura T. (2015), *Cost and CO₂ emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm*, „Automation in Construction”, t. 49.

Zitzler E., Thiele, L. (1998), *An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: The strength pareto approach*, „TIK-Report”, t. 43.

Zitzler E., Thiele L. (1999), *Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach*, „IEEE transactions on Evolutionary Computation”, t. 3, nr 4.

Ewelina Chołodowicz, Przemysław Orłowski

Zitzler, E., Laumanns, M., Thiele, L. (2001), *SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm*, „Eurogen”, t. 3242, nr 103.

[A6]

Chołodowicz E., Orłowski P.: Comparison of SPEA2 and
NSGA-II Applied to Automatic Inventory Control System
Using Hypervolume Indicator, *Studies in Informatics and Control*,
Tom: 26, Zeszyt: 1, Strony: 67-74, 2017

Comparison of SPEA2 and NSGA-II Applied to Automatic Inventory Control System Using Hypervolume Indicator

Ewelina CHOŁODOWICZ, Przemysław ORŁOWSKI

West Pomeranian University of Technology Szczecin,
Sikorskiego 37, Szczecin, 70-313, Poland.
cholodowicz.ewelina@gmail.com
przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

Abstract: The optimization of multi-objective problems is an area of important research. The importance attained by this type of problems has allowed the development of multiple algorithms. To determine which multi-objective algorithm has the best performance with respect to the problem of goods flow in the inventory, in this article an experimental comparison between two of the main multi-objective evolutionary algorithms is conducted: Nondominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) and Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA2). The inventory model is optimized by taking into account two objectives: minimal cost of lost opportunities to make sales and minimal cost of used space in the inventory. The results obtained by both algorithms are compared and analysed based on hypervolume indicator that measures the volume of the dominated space.

Keywords: inventory control system; SPEA2; NSGA-II; multi-objective optimization; hypervolume.

1. Introduction

Growing inventory management complexity is making it increasingly difficult to effectively managed inventories. The objective of inventory management is to provide uninterrupted production, sales, customer-service levels at the minimum cost. Inventory control is about generating maximum profits with minimum inventory investment, without affecting customer satisfaction levels. Due to effective inventory control, well-received products can always be delivered, going out of stock can be avoided. There has been an growing interest in solving inventory management problem. More and more works have been focusing upon inventory control systems: [23],[21],[22],[3]. Moreover, lead time uncertainty can disrupt the proper performance of such systems. Therefore, papers are also continuously dealing with uncertainty in inventory control [8], [24]. As a result of the emergence of complex inventory control systems, scientist began to use the methods of multi-criteria optimization: [25],[14],[16],[19].

Multi-objective optimization problems appear in many fields, such as engineering, economics, and logistics. In the last decade, evolutionary approaches have been the primary tools to solve real-world multi-objective problems. Multi-objective optimization algorithms allow

optimization performance by taking into account multiple objectives simultaneously and searching for the set of optimal solutions that form the so-called Pareto front. Evolutionary multi-objective optimization, which applies evolutionary computation to multi-objective optimization, has attracted a great deal of attention recently [6],[20],[9],[12]. There are many varieties of multi-objective genetic algorithms (MOGA), but the best studied is the application of genetic algorithms (GA) to multi-objective optimization problem. In multi-objective optimization, the problem is to find best possible compromise solutions which cannot be improved according to one objective without deteriorating the other. Nowadays, there is a great range of algorithms and their applications in a variety of multi-objective problems. Among the multi-objective, genetic algorithms, SPEA2 [29] proposed by Zitzler and NSGA-II [7] proposed by Deb provide excellent results as compared with other multi-objective genetic algorithms proposed. These algorithms include important search mechanisms, such as preservation of good solutions discovered in the search and appropriate reduction of the possible Pareto-optimal solutions [13].

The design of quality measures for approximations of the Pareto-optimal set is of high importance not only for the performance assessment, but also for the construction of

multi-objective optimizers [30]. To evaluate and compare the set of solutions found by these optimizers, quality indicators have been developed. A popular way to measure the quality of a Pareto set is the hypervolume indicator which measures the volume of the dominated space bounded from below by a reference point [1]. The hypervolume indicator was first proposed in [31],[32] and was called as ‘size of the space covered’, and in other works as ‘hyperarea metric’[26], ‘S-metric’[33] and ‘Lebesgue measure’ [17],[11]. Using the hypervolume of the dominated portion of the objective space as a measure for the quality of Pareto set approximations has received more and more attention in recent years. The hypervolume indicator is one of the most popular measures for the performance assessment of multi-objective optimizers and in this context it has been subject to several investigations [28],[18],[10]. There are some studies that discuss the usage of this measure for multi-objective search [34],[15],[2] and in particular the issue of fast hypervolume calculation. Moreover, this indicator has been successfully integrated into stochastic optimizers, such as evolutionary algorithms, where it serves as a guidance criterion for searching the parameter space.

Main aim of the paper is to compare performances of two evolutionary multi-objective algorithms (SPEA2 and NSGA-II) applied to automatic inventory control system. To perform the comparison, the hypervolume indicator is calculated for sets of Pareto fronts.

2. Model for solving optimization problem

Model of an inventory control system from [4] is used as a tool to calculate the performance of optimization algorithms. The block diagram of the analysed system is shown in Fig.1.

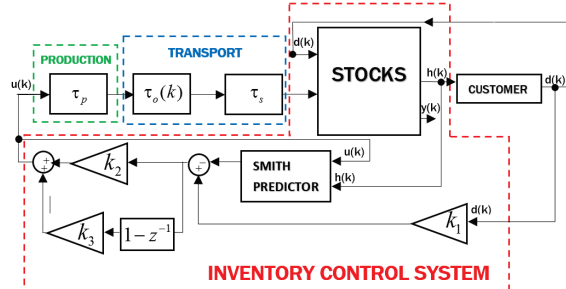


Figure 1. Block diagram of inventory system with control.

As far as inventory systems are concerned, inventory can be represented as plant with two inputs: $u(k)$ (supply) which increases stocks and $d(k)$ (time-varying demand for products from the inventory) which is limited $0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max}$, and two outputs: $h(k)$ (finished products delivered to customers) and $y(k)$ (the level of stock). This model does not include returns and has a limit of maximum demand and the second output. From the logistics point of view, the inventory is a buffer of goods flow, so it accumulates delivered products. The system consists of three main parts: production, transport and storage. Time-dependent delay $\tau_o(k)$ is associated with waiting for a mean of transport and accumulation of orders. Assuming that the delays τ_p, τ_s are known and function $q(k)$ for $k \in \mathbb{N}$ this model is a linear, non-stationary, discrete dynamical system model. The product quantity stored in the inventory at moment k , called the stock, is therefore given as follows:

$$y(k) = y(k-1) + (1 - q(k))x(k - \tau_s) - h(k) \quad (1)$$

The product quantity awaiting shipment at moment k is defined by the following relationship:

$$x(k) = q(k-1)x(k-1) + u(k - \tau_p) \quad (2)$$

Time-varying delay is implemented in form of $q(k)$, which is shipping rate at moment k defined as follows:

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{- shipment} \\ 1 & \text{- waiting for transport} \end{cases} \quad (3)$$

Inventory control system consists of Smith predictor (It is based on implementation of the model without delay and with delay) and discrete-time proportional-derivative controller (PD controller) and is described in [4]. Model of the system without delay, implemented in the Smith predictor is given in the form:

$$\hat{y}(k) = \hat{y}(k-1) + u(k-1) - h(k) \quad (4)$$

Discrete-time proportional-derivative controller is given in the following form:

$$u(k) = k_2 \varepsilon(k) + k_3 (\varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)) \quad (5)$$

where:

$$\varepsilon(k) = y_{ref}(k) - \hat{y}(k) \quad (6)$$

$$y_{ref}(k) = k_1 d(k) \quad (7)$$

In the system presented in fig. 1, optimization task determines the problem of finding the optimal values of the parameters k_i ($i = 1, 2, 3$). Cost functions are presented by following relations:

$$j_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N (d(k) - h(k)) \quad (8)$$

$$j_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N y(k) \quad (9)$$

Time required to deliver ordered products to the inventory for $k=0$ is $n_0 = \tau_p + \tau_o(\tau_p) + \tau_s$ and N is the length of the time horizon. The equation (8) represents cost of shortages. In turn, the expression (9) represents holding cost. These indicators are associated with financial costs. Its form is based on the physical interpretation of the problem and can be evaluated in arbitrary currency. The objective is presented as the following vector:

$$\mathbf{j} = [j_1, j_2] \quad (10)$$

For the model and control system described in [28,29] and the quality indicator in the form of (8) – (10) the optimization problem can be defined in the following form:

$$\min_k \mathbf{j} \quad (11)$$

3. Algorithms NSGA-II and SPEA2

In some areas such as engineering or economics, often have problems that require simultaneous optimization of two or more functions, in these cases, there is talk of multi-objective optimization problems. Evolutionary Algorithms have become popular as robust and effective methods for solving optimization problems. The Non-dominated Sorting Genetic Algorithm and SPEA2 is a multi-objective algorithm and is an instance of an Evolutionary Algorithm from the field of Evolutionary Computation.

A. NSGA-II

There are two versions of the algorithm, the classical NSGA and the updated and currently canonical form NSGA-II. The Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) is proving to be a robust optimization algorithm for a whole range of multi-objective problems. The non-dominated sorting segregates the population

By first finding the non-dominated solutions in

the population, and marks these points as the first

front. In the next step calculates the average distance between members of each front on the front itself. Parents are selected from the population by using binary tournament selection based on the rank and crowding distance. An individual is selected if the rank is smaller than the other or if crowding distance is greater than the other. Crowding distance is compared only if ranks for both individuals are the same. The selected population generates offsprings from crossover and mutation operators. The population with the current population and current offsprings is sorted again based on non-domination and only the best individuals are selected taking into account population size. The selection is based on the rank and on the crowding distance on the last front. In a nutshell, NSGA-II algorithm has three features: it uses an elitist principle, emphasizes non-dominated solutions, uses an explicit diversity preserving mechanism [6].

B. SPEA2

The improved Strength Pareto Evolutionary Approach (SPEA2) is chosen to perform the control system optimization resulting in the final analysis and comparison. SPEA is an extension of the Genetic Algorithm for multiple objective optimization problems. SPEA2 has an external archive consisting of the previously found non-dominated solutions. It is updated after each generation and for each solution a strength value is computed. An archive of the non-dominated set is maintained separate from the population of candidate solutions used in the evolutionary process, providing a form of elitism. Due to potential weaknesses of SPEA, the improved version – SPEA2 has better fitness assignment scheme, more precise guidance of the search and a new archive truncation methods. To avoid situations where population members dominated by the same members of the archive have the

same fitness value, SPEA2 takes into account both the number of dominating and dominated solutions in computing the raw fitness of a solution. The objective of the algorithm is to locate and maintain a front of non-dominated solutions – set of Pareto optimal solutions. This is achieved by using evolutionary process to explore the search space, and a selection process that uses a combination of the degree to which a candidate solution is dominated and an estimation of density of the Pareto front as an assigned fitness.

An archive of the non-dominated set is kept separate from the population of candidate solutions used in the evolutionary process, which represents a kind of elitism. [29].

4. Simulation and results

In this section the results of computer simulations and an experimental comparison between two algorithms: SPEA2 and NSGA-II for multi-objective optimization is presented. To evaluate the performance of the algorithms, we use hypervolume indicator with reference point whose value was estimated on the basis of the spread of points on all Pareto fronts and equal: $r = [350 \ 25000]$. The reference point is placed in such a way as to be dominated by most members of the sets to be investigated. Initial conditions of SPEA2 and NSGA-II are presented in the table 1.

Table 1. Parameters of the algorithms

Parameter	SPEA2 and NSGA-II
Number of generations	[1,400]
Population size	5,10,20,40,80
Mutation probability	0.4
Crossover probability	0.7
Mutation rate	0.02

The structure of the control system in fig. 1 is applied as an optimization model with production delay and shipping delay: $\tau_p = \tau_s = 8$, time horizon: $N=1000$ days and the sampling period: 1 day. Time-varying market demand function $d(k)$ shown in fig. 2 is taken as an input signal to the inventory system.

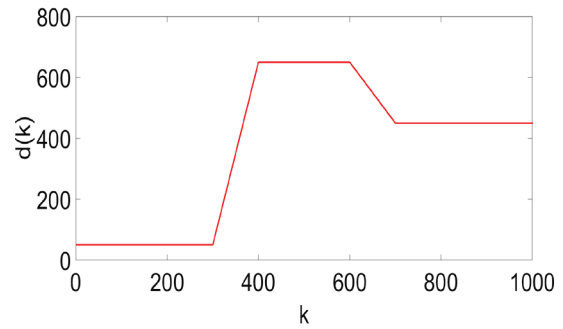


Figure 2. Presumed function of market demand $d(k)$ for products.

Results for SPEA2 are marked by red line and for NSGA-II by blue line. On the basis of the results we try to evaluate: which algorithm has better performance for the proposed model of inventory control system.

First, HYP is calculated for each of the 100 iterations of algorithms. Results are presented in fig 2 and 3. The hypervolume metric assesses the area that is between a chosen reference point (corner to a hypercube), and the Pareto surface which limits the hypercube. The hypervolume indicator assesses not only the proximity to the true Pareto front, but also the diversity of solutions obtained across the set, especially at the edges. The higher value of hypervolume indicator, the better Pareto set.

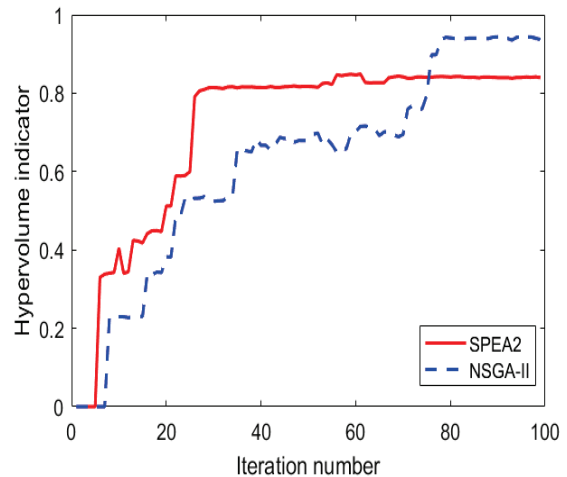


Figure 3. Hypervolume indicator vs. iterations for population size: 10.

It can be seen from fig. 2 and 3 that hypervolume value (HYP) is increasing with the increase of the iteration for both algorithms. However, according to fig. 2 SPEA2 has the

advantage over NSGA-II to about 75 iteration because achieves higher values of HYP. Interesting observation is that HYP is always lower for NSGA-II at first, but later becomes higher. SPEA2 hold almost the same HYP from iteration number 25, but NSGA-II increases it slowly and hold the highest value from iteration number 75 to 100 so at the last iteration has the best result. SPEA2 has the better ability to fast finding good Pareto set, however it quickly loses diversity of founded solutions for small number of iterations and in the last iteration has worse solutions than NSGA-II.

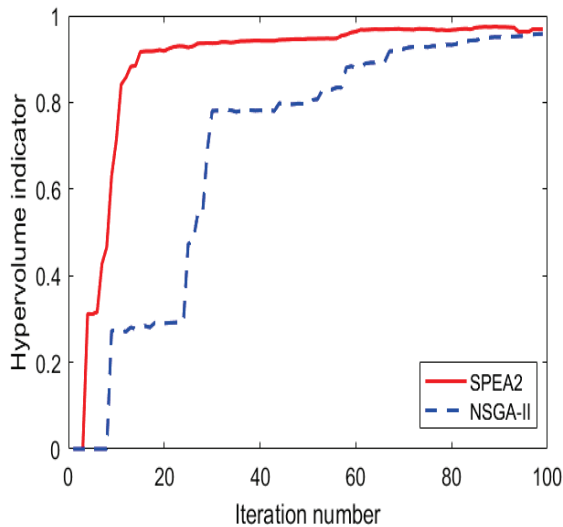


Figure 4. Hypervolume indicator vs. iterations for population size: 80.

One the other hand, for situation in which the number of individuals in population is 8-fold higher, as in fig. 4, SPEA2 achieves higher value of the HYP for all iterations and also has the ability to quickly find the Pareto front with the high value of HYP. For example, starting from about 20 iteration SPEA2 reaches almost the same value (0.96) as in the last iteration, and what is more, it is higher about 4 times than for NSGA-II (0.22). The results show clearly that SPEA2 outperforms NSGA-II in every iteration when the population size is higher. The hypervolume shows the speed of the convergence of the algorithms so SPEA2 converges faster to a better Pareto front approximation and obtains very good results quickly while NSGA-II require more time to reach the same quality of Pareto set.

Influence of the population size can be seen also in fig 4 and 5. Several simulations were performed in order to investigate the influence

of the population size as well as the maximum number of generations converging towards the Pareto-optimal front. In fig. 4 and 5, the outcomes of each iterations for NSGA-II and SPEA2 are visualized in 3D space. For small number of population better performance has SPEA2 and is able to find Pareto-optimal set regarding the small population size. NSGA-II for small population has HYP close to zero, when SPEA2 is able to reach significantly higher HYP values.

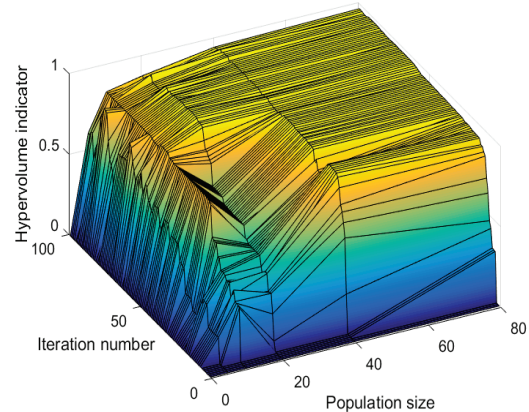


Figure 5. Hypervolume indicator for SPEA2: 1 to 100 iterations for population sizes: 5, 10, 20, 40, 80.

As can be seen on fig 5, SPEA2 keeps the local minimum, and needs about 70 iterations to reach the highest values of HYP. What is more, SPEA2 has even the highest HYP for small number of iterations (smaller than 10) when population size is higher than 40.

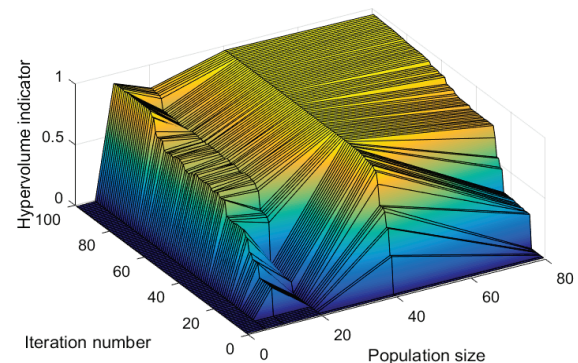


Figure 6. Hypervolume indicator for NSGA-II: 1 to 100 iterations for population sizes: 5, 10, 20, 40, 80.

On the other hand, fig. 6 shows that NSGA-II is not able to achieve as good performance as SPEA2 for small number of iterations even for large population size (about 80). NSGA-II has the best results for both large population (more

than 40 individuals) and high number of iterations (over 40). Furthermore, what is interesting that HYP of NSGA-II equals almost 0 HYP for population of 5 individuals, despite of increasing number of iterations when SPEA2 at the same scenario has significantly higher HYP.

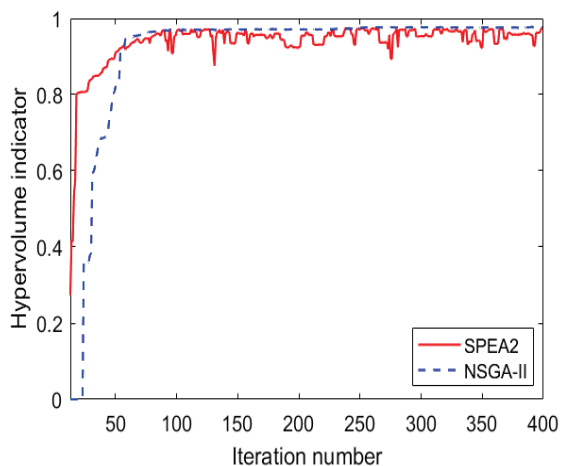


Figure 7. Hypervolume indicator: 1 to 400 iterations for population size: 40.

Fig 7 indicates that both algorithms show comparable results in target of the presented optimization task. The difference in search ability is significantly visible between SPEA2 and NSGA-II maybe because of the fact that congestion is considered in binary tournament selection in NSGA-II mating selection. In tournament selection in NSGA-II, when the fitness values of two individuals being compared are equal, the individual with lower congestion is selected. Therefore, it can produce a more uniformly distributed population than SPEA2 [27].

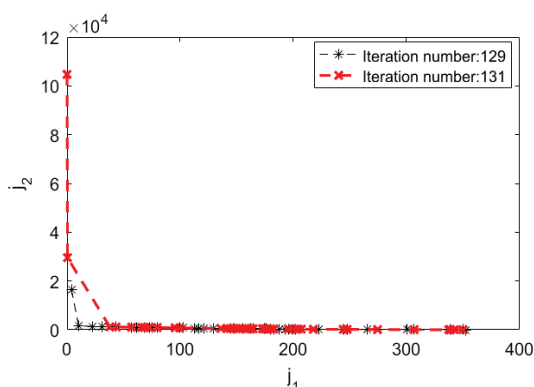


Figure 8. Pareto Fronts for SPEA2 which show case with a sharp decline in the value of the hypervolume indicator from fig. 7.

Although the differences in performance appear large when population size is small, as fig. 5

and 6 show, the difference is no so distinct when it comes to larger population and higher number of iterations, as fig. 7 shows. In the next step, impact studies were conducted with a higher number of iterations. In this way, significant difference between algorithms can be seen in fig. 7. It can be seen that SPEA2 has a tendency to decrease HYP and it fluctuates up and down visibly for certain iterations. To look more closely at the reasons for the behavior of SPEA2, Pareto fronts in fig. 8 are presented.

As can be seen, SPEA2 removes solution close to the point of origin to expand range of solution set in iteration 131. This behavior is caused by a nearest neighbor density estimation technique which increases diversity.

5. Conclusions

In this paper, we have performed an experimental comparison between two algorithms for multi-objective optimization: SPEA2 and NSGA-II. Comparison was based on hypervolume indicator borrowed from the literature. It has been found that for the automatic inventory control system, SPEA2 outperforms NSGA-II for considered scenarios. SPEA2 is better than the NSGA-II when population size and number of iterations is small. Obviously, small populations do not provide enough diversity among the individuals. Increasing the population size, however, does not automatically cause an increase in performance, as can be observed in performance of NSGA-II for small iteration number. SPEA2 is able to faster finding the best Pareto front, but quality of this Pareto front mostly depends on number of iterations. Although, when number of iterations and individuals is high, performances of both algorithms are similar. These observation suggest that SPEA2 and NSGA-II are effective algorithms for presented kind of problem.

REFERENCES

1. Bringmann, K., & Friedrich, T. (2013). Approximation quality of the hypervolume indicator. *Artificial Intelligence*, 195, pp. 265-290.
2. Chołodowicz, E., & Orłowski, P. (2015). Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem. *Logistyka*, 4, pp. 28-32.
3. Chołodowicz, E., & Orłowski, P. (2015). A periodic inventory control system with

- adaptive reference stock level for long supply delay. *Measurement Automation Monitoring*, 61, pp. 568-572.
4. Chołodowicz, E., & Orłowski, P. (2015). Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha. *Pomiary Automatyka Robotyka*, 19(3), pp. 55-60.
 5. Chołodowicz, E. & Orłowski, P. (2016). Comparison of a Perpetual and PD Inventory Control System with Smith Predictor and Different Shipping Delays Using Bicriterial Optimization and SPEA2. *Pomiary Automatyka Robotyka*, 20(3), pp.5-12.
 6. Deb, K. (2014). Multi-objective optimization. In *Search methodologies Search methodologies. Introductory tutorials in optimization and decision support techniques* Springer, pp. 403-449.
 7. Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., & Meyarivan, T. (2000). A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. In *International Conference on Parallel Problem Solving From Nature*, pp.849-858.
 8. Dolgui, A., Ammar, O. B., Hnaien, F., & Louly, M. A. (2013). A state of the art on supply planning and inventory control under lead time uncertainty. *Studies in Informatics and Control*, 22(3), pp. 255-268.
 9. Donoso, Y., & Fabregat, R. (2007). Multi-objective optimization in computer networks using metaheuristics. *Auerbach Publications*, Taylor & Francis Group.
 10. Emmerich, M., Beume, N., & Naujoks, B. (2005). An EMO algorithm using the hypervolume measure as selection criterion. In *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization* pp. 62-76.
 11. Fleischer, M. (2003). The measure of Pareto optima applications to multi-objective metaheuristics. In *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pp. 519-533.
 12. Ghiasi, M. S., Arjmand, N., Boroushaki, M., & Farahmand, F. (2016). Investigation of trunk muscle activities during lifting using a multi-objective optimization-based model and intelligent optimization algorithms. *Medical & biological engineering & computing*, 54(2-3), pp. 431-440.
 13. Hiroyasu, T., Nakayama, S., & Miki, M. (2005). Comparison study of SPEA2+, SPEA2, and NSGA-II in diesel engine emissions and fuel economy problem. In *The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 236-242.
 14. Hnaien, F., Delorme, X., & Dolgui, A. (2010). Multi-objective optimization for inventory control in two-level assembly systems under uncertainty of lead times. *Computers & operations research*, 37(11), pp. 1835-1843.
 15. Knowles, J. D., Corne, D. W., & Fleischer, M. (2003). Bounded archiving using the Lebesgue measure. In *The 2003 Congress on Evolutionary Computation*, pp. 2490-2497.
 16. Lagos, C., Vega, J., Guerrero, G., & Rubio, J. M. (2016). Solving a Novel Multi-Objective Inventory Location Problem by means of a Local Search Algorithm. *Studies in Informatics and Control* , 25(2), pp. 189-194.
 17. Laumanns, M., Rudolph, G., & Schwefel, H. P. (1999). Approximating the pareto set: Concepts, diversity issues, and performance assessment. *Technical Report*, CI, pp. 72/99.
 18. Le, K. N., & Landa-Silva, D. (2016). Hyper-volume evolutionary algorithm. *VNU journal of science: computer science and communication engineering*, 32(1), pp. 10-32.
 19. Liao, S. H., Hsieh, C. L., & Lai, P. J. (2011). An evolutionary approach for multi-objective optimization of the integrated location–inventory distribution network problem in vendor-managed inventory. *Expert Systems with Applications*, 38(6), pp. 6768-6776.
 20. Luo, Z., Sultan, U., Ni, M., Peng, H., Shi, B., & Xiao, G. (2016). Multi-objective optimization for GPU3 Stirling engine by combining multi-objective algorithms. *Renewable Energy*, 94, pp. 114-125.

21. Maihami, R., & Kamalabadi, I. N. (2012). Joint pricing and inventory control for non-instantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand. *International Journal of Production Economics*, 136(1), pp. 116-122.
22. Mohammaditabar, D., Ghodsypour, S. H., & O'Brien, C. (2012). Inventory control system design by integrating inventory classification and policy selection. *International Journal of Production Economics*, 140(2), pp. 655-659.
23. Mousavi, S. M., Hajipour, V., Niaki, S. T. A., & Alikar, N. (2013). Optimizing multi-item multi-period inventory control system with discounted cash flow and inflation: two calibrated meta-heuristic algorithms. *Applied Mathematical Modelling*, 37(4), pp. 2241-2256.
24. Schmitt, A. J., & Snyder, L. V. (2012). Infinite-horizon models for inventory control under yield uncertainty and disruptions. *Computers & Operations Research*, 39(4), pp. 850-862.
25. Srivastav, A., & Agrawal, S. (2016). Multi-objective optimization of hybrid backorder inventory model. *Expert Systems with Applications*, 51, pp. 76-84.
26. Van Veldhuizen, D. A. (1999). *Multiobjective evolutionary algorithms: classifications, analyses, and new innovations*. Ph. D. thesis, Graduate School of Engineering of the Air Force Institute of Technology.
27. Yao, X., Burke, E., Lozano, J. A., Smith, J., Merelo-Guervós, J. J., Bullinaria, J. A., & Schwefel, H. P. (Eds.). (2004). In Parallel Problem Solving from Nature-PPSN VIII. In *8th International Conference*, pp. 18-22.
28. Yang, K., Deutz, A., Yang, Z., Back, T., & Emmerich, M. (2016). Truncated expected hypervolume improvement: Exact computation and application. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 4350-4357.
29. Zitzler, E., Laumanns, M., & Thiele, L. (2001). SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. In *Proc. EUROGEN 2001. Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control With Applications to Industrial Problems*, pp. 95-100.
30. Zitzler, E., Brockhoff, D., & Thiele, L. (2007). The hypervolume indicator revisited: On the design of Pareto-compliant indicators via weighted integration. In *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization* pp. 862-876.
31. Zitzler, E., & Thiele, L. (1998). Multiobjective optimization using evolutionary algorithms — a comparative case study. In *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, pp. 292-301.
32. Zitzler, E., & Thiele, L. (1999). Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, 3(4), pp. 257-271.
33. Zitzler, E. (1999). Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications. PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich.
34. Zitzler, E., & Künzli, S. (2004). Indicator-based selection in multiobjective search. In *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, pp. 832-842.

[A7]

Chołodowicz E., Orłowski P.: Impact of Control System Structure and Performance of Inventory Goods Flow System with Long-Variable Delay, *Elektronika Ii Elektrotechnika*, Tom: 24, Zeszyt: 1, Strony: 11-16, 2018

Impact of Control System Structure and Performance of Inventory Goods Flow System with Long-Variable Delay

Ewelina Cholodowicz, Przemyslaw Orłowski

*Department of Control and Measurement, West Pomeranian University of Technology Szczecin,
Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin, Poland
cholodowicz.ewelina@gmail.com*

Abstract—In this paper, we use a mathematical model of a inventory system with time-varying delivery delay and three control systems in order to compare their properties for the goods flow optimization problem in the inventory systems.

Structures of the chosen control systems are based on mathematical discrete equations: a periodic inventory system with adaptive maximal inventory level and perpetual inventory system with adaptive order quantity level as well as the methods proposed by the authors in previous works based on the Smith predictor. The selection of the control systems parameters is done by solving optimization tasks for a specific scenario of time-varying market demand using a genetic algorithm in Matlab/Simulink.

In this article, we mainly want to compare which of the control structures is able to achieve a high service level with maintaining of a given inventory maximal level in response to assumed consumer demand scenario.

Index Terms—Inventory control; Delay systems; Discrete-time systems; PD control.

I. INTRODUCTION

Supply-chain risks can become full-fledged supply-chain problem, causing unanticipated changes in flow due to disruptions or delays. The proper control system is essential. Decisions concerning inventory control are associated with order batching and when to order. Acting as a buffer to smooth production in response to demand fluctuations is determined as the main role of an inventory. In fact, there are plenty of reasons for keeping inventories. The most significant is to satisfy the demand during the replenishment period in order to prevent loss of orders. More important reasons for obtaining and holding inventory can be found in [1]: predictability, fluctuations in demand, unreliability of supply, price protection, quantity discounts, lower ordering costs. It is utmost important to maintain the right balance between demand and orders with a view to minimizing costs. What is more, inventory is a protection against fluctuations in demand – it facilitates satisfying customer demands. Inventory costs generally fall into ordering costs and holding costs [1]. In the worst-case scenario, customer service goes down, sales are lost, lead times lengthen, costs go up, maximal level of inventory is increasing.

Over the years models of inventory systems have been

being created in a variety of areas. In this paper, the model of inventory proposed by the authors is considered. We want to extend our research [2]–[4] over the control systems taken from literature and compare it with originally created system which has a better or similar performance.

There are more and more methods of improving the flow of goods in the inventory systems, which in turn use more and more advanced control techniques [3]–[10]. In [7] linear stationary discrete system with a fixed delay to the effective control of storage systems with perishable goods, using methods based on sliding-mode control is considered. In [8] it is used a linear-quadratic control in order to reduce the risk of bullwhip effect.

The paper presents a comparative analysis of the impact of the control system structure and the performance of the inventory goods flow system. Control systems structures based on mathematical discrete equations are given for optimization: a periodic inventory system with adaptive maximal inventory level and perpetual inventory system with adaptive order quantity level as well as the methods proposed by the authors in previous works based on the Smith predictor. Parameters were selected for each of the control system structures through solving optimization tasks for a specific scenario of variable market demand using a genetic algorithm.

II. THE MATHEMATICAL MODEL

A hybrid discrete automata model is used to describe the system. Number of products that could potentially be sold from the store is modelled as a certain, unknown in advance limited function of time: $0 \leq d(k) \leq d_{\max}$, where d_{\max} is the maximum number of products sold per unit of time. Time-varying values of variable $d(k)$ depend on the market demand. If the stock level at moment k is sufficiently high, then demand will be fulfilled, it means that $d(k) = h(k)$. Shipped products from the inventory $h(k)$ depends on the demand, as well as the available stocks $y(k)$ and following inequalities are held:

$$0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max}, \quad 0 \leq y(k) \leq y_{\max}. \quad (1)$$

Regardless of constant changes in customer demand, it is

important to maintain accurate stocks in the inventory. A crucial matter is to avoid a situation in which stocks levels are critically low or the quantity of the stored products is excessive, or even exceeds the storage capacity y_{max} . In order to take into account variable time delays in the model associated with product accumulation in anticipation of transport, we introduce shipping rate at moment k defined as follows

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{- shipment,} \\ 1 & \text{- waiting for transport.} \end{cases} \quad (2)$$

The product quantity awaiting shipment at time k is defined by the following relationship

$$x(k) = q(k-1)x(k-1) + u(k - \tau_p). \quad (3)$$

The product quantity stored in the inventory at moment k , called the stock, is therefore given as follows

$$y(k) = y(k-1) + (1 - q(k))x(k - \tau_s) - h(k), \quad (4)$$

where $x(k) \geq 0$, $u(k) \geq 0$, τ_p – production delay – related to the time required to produce or complete the orders, τ_s – forwarding delay – the time interval indispensable to transport the ordered products to the inventory without waiting time for transport.

For the needs of this work, it is assumed that the inventory model has one supplier. The results can be easily extended to the case with more suppliers with the similar delivery time, i.e. total production, shipping and forwarding delays from each supplier. Moreover, on the basis of the balance of products in the inventory, it is clear that products only have to cumulate or be sold to the customers.

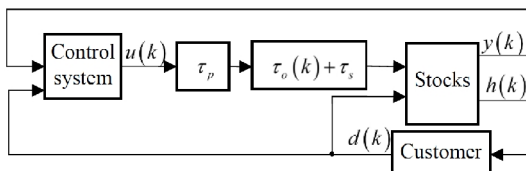


Fig. 1. Block diagram of inventory system with control.

Assuming that known are the delays τ_p , τ_s , function $q(k)$ for $k \in \mathbb{N}$ the system is discrete-time, non-stationary, linear with signals saturations, for which methods can be used, given in inter alia [11]–[13]. The block diagram of the analysed system is shown in Fig. 1. The system consists of three main blocks: production, transport and storage. Time-dependent delay $\tau_o(k)$ is associated with waiting for a mean of transport and accumulation of orders.

III. THE CONTROL SYSTEMS DEFINITIONS

The two basic questions any inventory control system must answer are when and how much to order. There are several replenishment techniques attempt to answer this fundamental questions.

Control system determines a certain amount of products to be ordered on the basis of market demand. As a result, a

class of inventory models has been designed to cope with situations where demand level fluctuates.

The two classic systems for managing independent demand inventory are periodic review and perpetual review systems [14].

It is essential to create a mathematical description of investigated control systems:

A. Periodic Inventory System with Adaptive Maximal Inventory Level

It is a modified version of the classical periodic inventory system which gives an opportunity to the adaptation of the maximum level of inventory in stock. The block diagram is depicted in Fig. 2. It has been put additional factor k_1 in order to enable adaptation depending on the market demand. Factor k_1 together with k_2 make an affine function of reference stock level depending on market demand, given in the following form

$$u(k) = \begin{cases} k_1 d(k) + k_2 - y(k), & \text{for } q(k - \tau_p) = 0, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

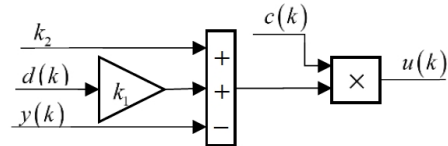


Fig. 2. A block diagram of the control system for the periodic inventory system with adaptive reference stock level.

B. Perpetual Inventory System with Adaptive Order Quantity Level

A perpetual system is responsible for continuous record-keeping of the inventory level, and it replenishes when the stock drops to certain level k_3 . The reorder point is fixed, but review period, order quantity and maximal stock level are variable (max inventory level depends on demand). The structure of the system is shown in Fig. 3. Factor k_1 together with k_2 make an affine function of maximal stock level depending on market demand, given in the following form

$$u(k) = \begin{cases} 0, & \text{for } y(k) > k_3, \\ k_1 d(k) + k_2, & \text{for } y(k) \leq k_3, \end{cases} \quad (6)$$

where k_3 – reorder point.

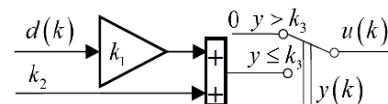


Fig. 3. A block diagram of the control system for the perpetual inventory system with adaptive order quantity level.

C. Proportional-Derivative Inventory Control System with Smith Predictor and Adaptive Reference Stock Level

Proposed control system consists of a classical structure of inventory model with Smith predictor. It is a type of predictive controller for control systems with long and inevitable delays. Its structure is based on implementations of the model without delay and with delay.

Based on the control concepts for systems with delays using a Smith predictor it is assumed that an estimated model of the system without delay is given in the form

$$\hat{y}_p(k) = \hat{y}_p(k-1) + u(k-1) - h(k). \quad (7)$$

Error of approximate model without delay and error of approximate model with delay is given by:

$$\varepsilon(k) = y_{ref}(k) - \hat{y}_p(k), \quad (8)$$

and the PD controller is evaluated in the following form:

$$u(k) = k_2 \varepsilon(k) + k_3 (\varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)), \quad (9)$$

It is assumed that the reference value of stocks $y_{ref}(k)$ is a linear function of the demand [3] given in the form of

$$y_r(k) = k_1 d(k). \quad (10)$$

Figure of the control system is shown in Fig. 4. The variables $k_1 - k_3$ are parameters of the control system.

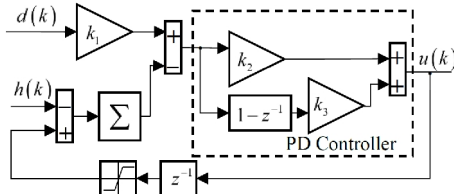


Fig. 4. A block diagram of the control system for the proportional-derivative inventory control system with Smith predictor and adaptive reference stock level.

Similarities between the considered class of systems and engineering processes allow to apply control-theoretic methods in the design and analysis of strategies managing the flow of goods in inventories.

IV. OPTIMIZATION CRITERION

It is extremely important to use the simplest optimization model for a certain problem in numerical optimization issues – as simple as possible. Simplification of optimization model not only contribute to reduce the calculation time but also enables you to find solutions closer to the global minimum repeatedly in the case of multimodal issues.

The issue of optimal control requires a mathematical formulation of the process performance index to be optimal. Consider the problem of finding the optimal values of the parameters k_i ($i=1,2,\dots,4$) of a dynamical system with fixed its structure from Fig. 2–Fig. 4. In the case of the inventory system indicators can be described by the following relations:

$$j_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N (d(k) - h(k)), \quad (11)$$

$$j_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N y(k), \quad (12)$$

where $n_0 = \tau_p + \tau_s + \tau_o$ (τ_p) is a cumulative delay for $u(k=0)$, N is the length of the time horizon.

The equation (13) represents a lost opportunity to make sales. In turn, the expression (14) concerns use of space in

the inventory. These indicators are associated with financial costs. Its form is based on the physical interpretation of the problem.

In the present case, scalarization of the objective function is used to form of the weighted sum

$$j = w_1 j_1 + w_2 j_2, \quad (13)$$

where w_1 and w_2 are weighting factors and j can be evaluated in arbitrary currency.

For the model described by relationships (1)–(4) and the control systems described by equations (5)–(12) and a quality indicator in the form of (13)–(15) the optimization problem can be defined in the following form

$$\min_{\mathbf{k}} j, \quad (14)$$

where optimization variables and constraints are based on the controller structure:

$$\mathbf{k} = [k_1, k_2], \quad k_1 \geq 0, \quad k_2 \geq 0 \quad \text{for eq. (5),}$$

$$\mathbf{k} = [k_1, k_2, k_3], \quad k_1 \geq 0, \quad k_2 \geq 0, \quad k_3 \geq 0 \quad \text{for eq. (6),}$$

$$\mathbf{k} = [k_1, k_2, k_3], \quad k_1 \geq 0, \quad k_2 \geq 0, \quad k_3 \geq 0 \quad \text{for eq. (7)–(10).}$$

The parameters $k_1 - k_3$ of controller are non-negative because it is assumed that returns are not taken into consideration. According to this and to the requirements of negative feedback loop, including stability issues, the output signal of the controller cannot be negative. The proposed system is aimed at determining the optimal size of deliveries. It minimizes the cost ratio consisting of the average weighted total inventory costs including the cost of stocking and maintenance costs and lost benefits, reducing the risk of stoppages.

V. SIMULATION RESEARCH AND ANALYSIS

In this section we conduct computer simulations. The structures of control systems in Fig. 2–Fig. 4 are applied. The main purpose of this section is to compare properties of three different control structures: periodic inventory system with adaptive maximal inventory level and perpetual inventory system with adaptive order quantity level, present in economic environment and proportional-derivative inventory control system with Smith predictor and adaptive reference stock level proposed by authors.

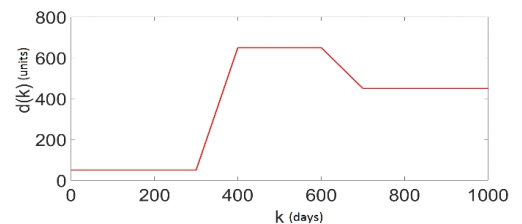


Fig. 5. Presumed function of market demand for products – trapezoidal signal.

With a view to simulation research of the control systems for a discrete, non-stationary hybrid model described by equations (1)–(4), the control systems described by equations (5)–(12) and the quality indicator in the form of

(13)–(15), the following values of the system parameters are held: $\tau_p = \tau_s = 14$, $w_2 = 1$, $n_0 = 42$, $N = 1000$. For the simulations purposes, it is assumed that w_1 is either 60 or 530.

The sampling period is 1 day. Specific time-varying market demand functions shown in Fig. 5 and Fig. 6 are taken into consideration. Demand signal is shown in Fig. 5 is the assumed scenario proposed by the authors. The presumed function of market demand consists of step change at $k=0$. Next, it is constant until $k=300$. After that, it linearly increases with slope 6 products per day for 100 days, then it is constant for 200 days. From $k=600$ the presumed demand decrease with slope -1.5 products per day until $k=700$ and then it is constant until the end of the scenario ($k=1000$). This demand signal has these different values in order to show the control system performance at different conditions. The signal in Fig. 5 is used for verifying optimal controller parameters.

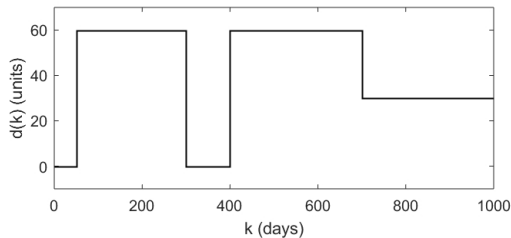


Fig. 6. Presumed function of market demand for products – rectangular signal.

As a function that controls the periodic time-variability of the model $q(k)$ it is assumed following periodic function

$$q(k) = \begin{cases} 0 & \text{for } \text{rem}(k,14) = 0, \\ 1 & \text{for } \text{rem}(k,14) \neq 0, \end{cases} \quad (15)$$

where the function rem is the remainder of the division.

Tuning of the control system is based on the criterion (1) and trapezoidal demand signal plotted in Fig. 5. On the basis of the results we try to evaluate: how does the controller structure impact on the properties of the inventory control system. In order to verify the solution for different scenario – rectangular demand test signal plotted in Fig. 6 are employed.

Before developing the theoretical argumentation, it is important to first establish definitions and foundational concepts underlying this research.

To solve the optimization problem (17) in order to determine parameters of controllers, a genetic algorithm with parameters: population size 50, elite count: 2, crossover fraction: 0.8 is used. The genetic algorithm has been receiving great attention and it has successfully been applied to other problems in the supply chain environment [15]–[18]. All variables used for simulation are summarized in the Table I.

Pareto front with shortages cost j_1 and holding cost j_2 calculated for 11 logarithmic spaced weights in the range $\langle 40, 1000 \rangle$ and trapezoidal signal is depicted in Fig. 7.

Results for PIS-AOQL control system are marked by blue triangles and blue smoothing line. Points of Pareto front for PIS-AMIL are marked by green ‘x’ and green smoothing

line whereas for PDIS-SP-ARSL control system are marked by yellow squares and yellow smoothing line.

TABLE I. VARIABLES USED FOR SIMULATION.

Variable	Value
τ_p production delay	14 days
τ_s forwarding delay	14 days
N simulation horizon	1000 days
w_1 weighting factor of shortage costs	60 or 530
w_2 weighting factor of holding costs	1
n_0 cumulative delay	42 days
population size	50
elite count	2
crossover fraction	0.8

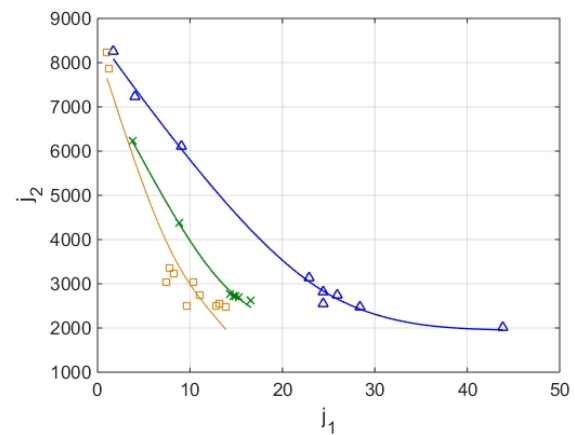


Fig. 7. Pareto front for inventory control system for trapezoidal signal.

It can be noticed from Fig. 7 that solutions for PDIS-SP-ARSL control system are non-dominated although results for ‘x’ and PDIS-SP-ARSL are close to each other. The solutions for PIS-AOQL are dominated by PDIS-SP-ARSL and PIS-AMIL however they are also relatively near the non-dominated solution of PDIS-SP-ARSL.

In order to compare the different control systems, consequently marked by square, ‘x’ and triangle some additional evaluations are made. One of them are plot in the objective space for rectangular demand shown in Fig. 8 with controllers optimized for trapezoidal demand depicted in Fig. 6. The results do not differ significantly from each other.

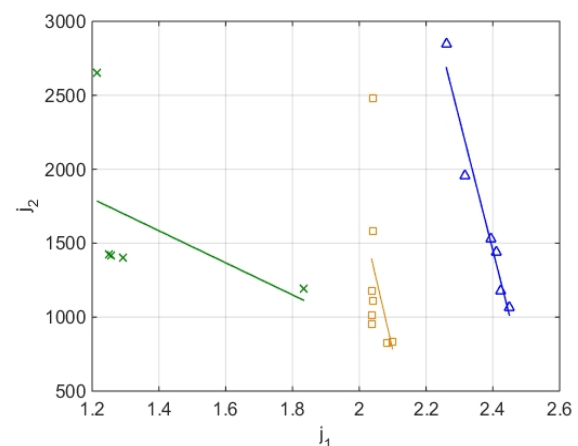


Fig. 8. Pareto front for inventory control system for rectangular signal.

Solutions of PDIS-SP-ARSL control system are non-

dominated over the solutions for other two control systems structures. It means that the phenomenon of shortages and inventory redundancy occurs less than in other two systems.

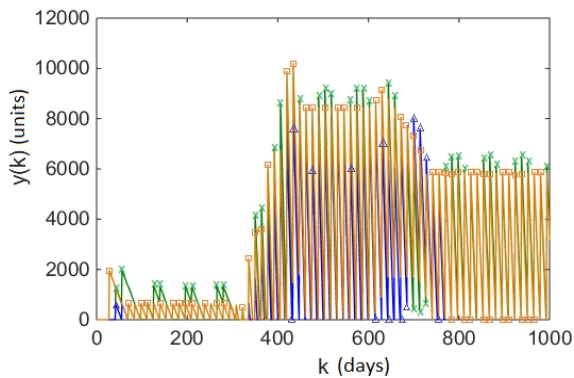


Fig. 9. The level of stocks of three control systems vs. the discrete time for the presumed function of market demand for trapezoidal signal, where $w_1=60$.

System responses $y(k)$ of the control system are shown in Fig. 9–Fig. 12. Responses for $w_1=60$ are close each other. Although for the weight $w_1=530$ indicates the weaknesses of the PIS-AOQL structure. The main reason for is that the system response in Fig. 11 is characterized by inappropriately large increase of stock in the initial period of the simulation. The peak is almost 4 times larger than in the structures PIS-AMIL and PDIS-SP-ARSL. A similar situation can be seen in Fig. 12.

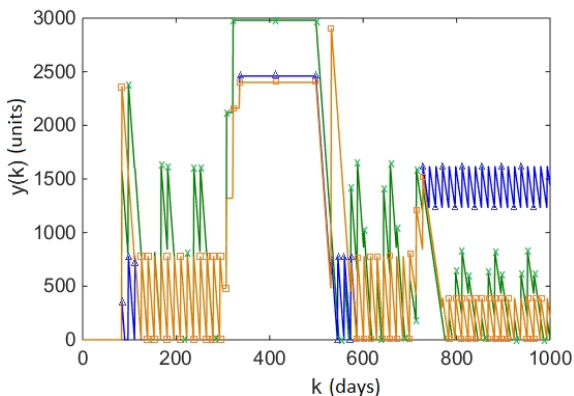


Fig. 10. The level of stocks of three control systems vs. the discrete time for the presumed function of market demand for rectangular signal, where $w_1=60$.

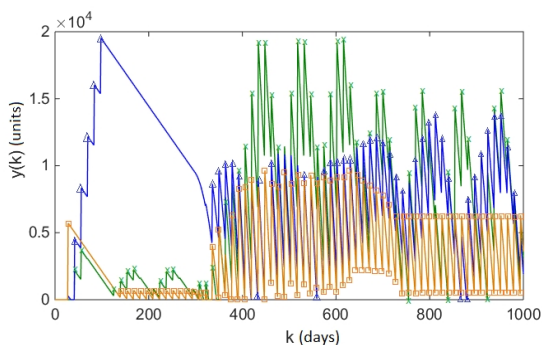


Fig. 11. The level of stocks of three control systems vs. the discrete time for the presumed function of market demand for trapezoidal signal, where $w_1=530$.

In order to finalize the comparison we analyse the stock level response for different control systems, weights w_1 and

customer demands. Let's now move on to the system response which represents inventory levels. On the basis of the inventory stock, we can decide how control systems react for the demand and have an opportunity to differ them.

One the other hand, the same formulation in case of triangular signal shows that the non-dominated set contains subsets of solutions for PDIS-SP-ARSL and PIS-AMIL. It can therefore be concluded that the PDIS-SP-ARSL and PIS-AMIL control system have better robustness for the changes in the assumed scenario of customer demands.

Time responses for systems PIS-AMIL and PDIS-SP-ARSL remain adequate level of orders and stocks, also in a wide range of changes of w_1 . Inventory control system has to provide weighted balance between this two indicators: j_1 and j_2 .

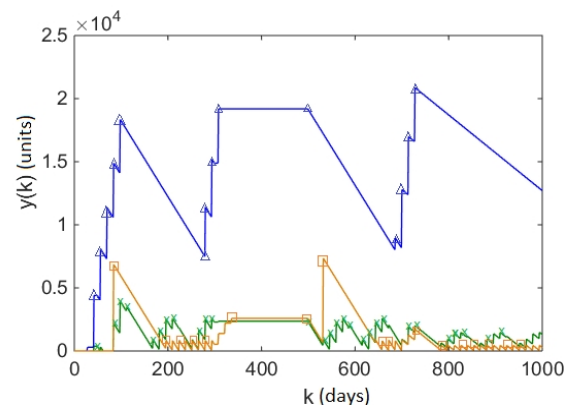


Fig. 12. The level of stocks of three control systems vs. the discrete time for the presumed function of market demand for rectangular signal, where $w_1=530$.

The analysed results for the structures PIS-AMIL and PDIS-SP-ARSL are similar. However, by comparing the obtained value of the cost indicator j , presented in Fig. 7 and Fig. 8 it can be noted that for small values of w_1 is the little advantage of the system PDIS-SP-ARSL for both trapezoidal and rectangular signal.

Our analysis shows that adaptive reference stock level has a smoothing effect on the order variability.

CONCLUSIONS

The overall objective of inventory management is to achieve satisfactory levels of customer service while keeping inventory costs within reasonable bounds. The balancing act between liquidity and profitability is key to good inventory management.

Regarding the objective, a decision maker has to make two fundamental decisions: the timing and size of orders (i.e., when to order and how much to order).

The risk of shortage can be reduced by holding safety stock, which is a stock in excess of average demand to compensate for variability in demand and lead time. It is important, that safety stock cannot be high.

The main factor of the control selection is to minimize costs and losses relating to holding costs. Shortage is extremely disadvantageous situation – the demand is greater than the amount of products, because orders have not keep pace with the time-variable needs of customers.

On the basis of empirical analysis, it was found that the structure of the control system has a great impact on the

performance of the inventory goods flow system with long-variable delay. The goal was to minimize the total cost of the system and maximize service level simultaneously. The structure of the PIS-AOQL provides the worst reaction for high varying demands, the reference inventory level is higher almost 3-4 times than in other systems. The system with adaptive reference stock level PIS-AMIL has much better performance. Pareto front for inventory control system for trapezoidal signal in Figure 6 shows that PDIS-SP-ARSL has the best values of indicators which represents lost opportunities to make sales and use of space in the inventory.

For future study, we will focus on more complex systems e.g. hybrid systems associated with supply chain and taking into account the specific effects occurring in such objects.

REFERENCES

- [1] M. Muller, *Essentials of inventory management*. Amacom Div American Mgmt Assn, 2011.
- [2] E. Chołodowicz, P. Orłowski, "Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha", *Pomiary Automatyka Robotyka*, no. 3, 2015, pp. 55–60. DOI: 10.14313/PAR_217/55.
- [3] E. Chołodowicz, P. Orłowski, "Comparison of a Perpetual and PD Inventory Control System with Smith Predictor and Different Shipping Delays Using Bicriterial Optimization and SPEA2", *Pomiary Automatyka Robotyka*, no. 3, 2016, pp. 5–12. DOI: 10.14313/PAR_221/5.
- [4] E. Chołodowicz, P. Orłowski, "A periodic inventory control system with adaptive reference stock level for long supply delay", *Measurement Automation Monitoring*, vol. 61, no. 12, pp. 568–572, 2015.
- [5] E. Chołodowicz, P. Orłowski, "Comparison of SPEA2 and NSGA-II Applied to Automatic Inventory Control System Using Hypervolume Indicator", vol. 26, no. 1, pp. 67–74, 2017. DOI: <https://doi.org/10.24846/v26i1y201708>.
- [6] P. Orłowski, "Analiza dwukryterialnego problemu optymalizacji w zastosowaniu do automatycznego sterowania systemem zamówień w magazynie z dużymi opóźnieniami dostaw z wykorzystaniem regulatora feedback-feedforward z predyktorem Smitha", *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. 92, no. 10, pp. 218–221, 2016. DOI: 10.15199/48.2016.10.50.
- [7] P. Ignaciuk, A. Bartoszewicz, "Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems", *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, vol. 59, no. 1, pp. 39–49, 2011. DOI: 10.2478/v10175-011-0007-0.
- [8] P. Ignaciuk, A. Bartoszewicz, "LQ optimal sliding mode supply policy for periodic review inventory systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 1, pp. 269–274, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2011.04.003>.
- [9] P. Leśniewski, A. Bartoszewicz, "Non-switching reaching law based discrete time quasi-sliding mode control with application to warehouse management problem", *World Congress*, vol. 19, no. 1, 2014. DOI: <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.00181>
- [10] P. Ignaciuk, A. Bartoszewicz, "Linear-quadratic optimal control of periodic-review perishable inventory systems", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 20, no. 5, pp. 1400–1407, 2012. DOI: 10.1109/TCST.2011.2161086.
- [11] P. Orłowski, "Convergence of the optimal non-linear GPC method with iterative state-dependent, linear time-varying approximation", in *Proc. Of Int. Workshop on Ass. and Fut. Dir. of NMPC*, Freudenstadt-Lauterbad, 2005, pp. 491–497.
- [12] M. Moarref, L. Rodrigues, "Asymptotic stability of sampled-data piecewise affine slab systems", *Automatica*, vol. 48, no. 11, pp. 2874–2881, 2012. DOI: 10.1016/j.automatica.2012.08.028.
- [13] P. Orłowski, "Generalized feedback stability for periodic linear time-varying, discrete-time systems", *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences – Polish Academy of Sciences*, vol. 60 no. 1, pp. 171–178, 2012. DOI: 10.2478/v10175-012-0024-7.
- [14] B. Liu, A.O. Esogbue, "Decision criteria and optimal inventory processes", *Springer Science & Business Media*, vol. 20, 2012. DOI: 10.1007/978-1-4615-5151-5.
- [15] S. M. Disney, M. M. Naim, D. R. Towill, "Genetic algorithm optimisation of a class of inventory control systems", *International Journal of Production Economics*, vol. 6, no. 3, pp. 259–278, 2000. DOI: 10.1016/S0925-5273(99)00101-2.
- [16] J. Daniel, C. Rajendran, "A simulation-based genetic algorithm for inventory optimization in a serial supply chain", *International Transactions in Operational Research*, vol. 12, no. 1, pp. 101–127, 2005. DOI: 10.1111/j.1475-3995.2005.00492.x.
- [17] S. H. R. Pasandideh, S. T. A. Niaki, A. R. Nia, "A genetic algorithm for vendor managed inventory control system of multi-product multi-constraint economic order quantity model", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 3, pp. 2708–2716, 2011. DOI: 10.1016/j.eswa.2010.08.060.
- [18] T. F. Abdelmaguid, M. M. Dessouky, "A genetic algorithm approach to the integrated inventory-distribution problem", *International Journal of Production Research*, vol. 44, no. 21, pp. 4445–4464, 2006. DOI: 10.1080/00207540600597138.

[A8]

Chołodowicz E., Orłowski P.: Development of new hybrid discrete-time perishable inventory model based on Weibull distribution with time-varying demand using system dynamics approach, *Computers & Industrial Engineering*, Volume 154, 2021

Zgodnie z zasadami wydawnictwa, dystrybucja treści artykułu jest ograniczona. Artykuł dostępny jest pod adresem:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835221000553>.

[A9]

Chołodowicz E., Orłowski P.: Control of perishable inventory system with uncertain perishability process using neural networks and robust multicriteria optimization. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 70, No. 3, 2022

Control of perishable inventory system with uncertain perishability process using neural networks and robust multicriteria optimization

Ewelina CHOŁODOWICZ^{ID*} and Przemysław ORŁOWSKI^{ID**}

Faculty of Electrical Engineering, Department of Automation and Robotics, West Pomeranian University of Technology in Szczecin,
al. Piastów 17, 70-310 Szczecin, Poland

Abstract. The inventory systems are highly variable and uncertain due to market demand instability, increased environmental impact, and perishability processes. The reduction of waste and minimization of holding and shortage costs are the main topics studied within the inventory management area. The main difficulty is the variability of perishability and other processes that occurred in inventory systems and the solution for a trade-off between sufficient inventory level and waste of products. In this paper, the approach for resolving this trade-off is proposed. The presented approach assumes the application of a state-feedback neural network controller to generate the optimal quantity of orders considering an uncertain deterioration process and the FIFO issuing policy. The development of the control system is based on state-space close loop control along with neural networks. For modelling the perishability process Weibull distribution and FIFO policy are applied. For the optimization of the designed control system, the evolutionary NSGA-II algorithm is used. The robustness of the proposed approach is provided using the minimax decision rule. The worst-case scenario of an uncertain perishability process is considered. For assessing the proposed approach, simulation research is conducted for different variants of controller structure and model parameters. We perform extensive numerical simulations in which the assessment process of obtained solutions is conducted using hypervolume indicator and average absolute deviation between results obtained for the learning and testing set. The results indicate that the proposed approach can significantly improve the performance of the perishable inventory system and provides robustness for the uncertain changes in the perishability process.

Key words: multiple objective programming; optimal control; genetic algorithm; perishable inventories; inventory control.

1. INTRODUCTION

Nowadays, rapid changes in inventory systems force the development of new control approaches which will be able to overcome the variety of uncertainties appearing in such systems. One of the important factors contributing to the uncertainty in storage systems is perishability. Perishable products have highly varying deterioration rates which means that an uncontrolled perishability process can cause high waste [1]. Due to the high loss ratio of products (about 30% in many countries), it is highly important to effectively and efficiently control the inventory flow, in particular the level of product perishability [2]. The process of product deterioration usually does not occur uniformly, hence, unsteadiness in quality decrease should also be considered during the control of perishable inventories [3]. New technologies provide the measurement and control of deterioration in perishable inventories, e.g. RFID tagging [4, 5], Internet of Things (IoT) [6]. Therefore, the latest technology advancements create the proper environment for the application of new control methods to perishable inventories. Novel approaches have to provide the adaptation to changes and robustness to uncertainties that nowadays often occur in supply chains [7].

In inventory, there are a few types of uncertainties, the four most popular in the literature are: (a) uncertain demand, (b) uncertain lead-time, (c) uncertain supply (d) uncertain perishability. The most researched uncertainties are (a), (b), and (c). For example, demand and supply uncertainty is assumed in [8] and the methods of bi-objective integer programming are proposed to manage blood inventory – the supply uncertainty of blood is modelled from regional banks to hospitals. The main goal of blood banks is to maintain sufficient stock while minimizing wastage due to the expiration of blood. The next work which also considers demand and supply uncertainty is [9] where a mixed linear programming model (MILP) is used with Lagrangian relaxation to reduce memory usage and time. Demand uncertainty is also taken into consideration in [10] where the order quantity is calculated by popular order-up-to policy and logistic stability is examined. In [11] new variants of periodic review policy and continuous review policy are proposed to reduce the holding costs and shortages in inventory systems with demand uncertainty. Approach including lead-time uncertainty is presented in [12] where an optimal ordering decision model is developed using differential equations. The lead time tends to change due to capacity constraints, defects in products, delays in material supply, and changes in production processes [13]. For both demand and lead times uncertainty, the research is available in [14]. Dealing with these two uncertainties and NP-hard study is possible thanks to the hybrid solution approach based on Simulated Annealing and direct search

*e-mail: ewelina.cholodowicz@zut.edu.pl

**e-mail: przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

Manuscript submitted 2021-11-05, revised 2022-02-21, initially accepted for publication 2022-04-15, published in June 2022.

method. On the contrary, there is a lack of research on the control of perishable inventory with an uncertain lifetime of products (d). The uncertain character of perishability is considered in [15] where a robust optimization model is designed for controlling uncertain parameters. The second work is the recent research [16] where a multi-objective mathematical programming model is developed to optimize the cost, energy consumption, and traffic congestion associated with such supply chain operations. What is more, in [16] uncertain lifetime of products is explicitly modelled as a Weibull random variable, and the perishability process depends on vehicle refrigerator utilization. According to recommendations in [15], it is more efficient to use multi-objective meta-heuristic algorithms such as the nondominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II) for problem-solving due to an exponential increase in computation time.

From this viewpoint, to cope with uncertain perishability processes this study is devoted to the problem of developing a new approach for optimizing perishable inventory systems, especially with uncertain perishability. In a nutshell, this paper aims to develop a novel approach for control and optimization using neural networks, state-space models, and evolutionary algorithms. Overall, to identify our contributions, the literature review reveals that the perishable inventory control with perishability uncertainty has not been widely studied. Most previous studies on the control of inventory systems without perishability and uncertainty in the perishability process. The main contributions of this paper are:

1. Development of a novel solution for perishable inventory system with uncertain perishability and first-in-first-out (FIFO) issuing policy that combines neural networks, bi-criterial optimization, and robust optimization using the minimax method.
2. The numerical study shows that the proposed robust system can find about 18% better solutions than the non-robust approach in terms of a hypervolume indicator.

We conduct a series of simulations to investigate the performance of our approach. The achieved results show that the proposed approach allows the perishable inventory system to obtain good robustness on perishability uncertainty with a view to customer satisfaction, holding cost, and wastage reduction. The remainder of this paper is organized as follows. Section 2 reviews related literature. Section 3 presents the inventory model with perishable products. A neural controller for perishable inventory is introduced in Section 4. Section 5 is devoted to the learning process of a neural network using multicriteria optimization. Section 6 reports and analyses the computational results obtained through simulations in Matlab. Section 7 concludes the paper and provides perspectives for future study.

2. RELATED WORK

Our paper is mainly related to two streams of research in the literature: robustness of perishable inventory control methods and their optimization, artificial intelligence methods used for perishable inventory control problems (especially neural networks).

There is a rich body of literature on the control of perishable inventory systems. The types of products in perishable inventories are mainly food (mostly dairy, fruits, vegetables) and blood. Major challenges in the blood supply chains are connected to the shortage and wastage of blood products [8]. The main challenge of supply chains is keeping enough stock level to provide full product availability while minimizing the losses due to outdating [17, 18]. There are also different approaches applied in perishability simulation. For example, the inventory models presented in [19–21] contain the constant perishability rate, which means that for example in each review period 5% of unsold stock decays and 95% remains. On the other hand, in [22] it is assumed that the freshness of the product is a linearly decreasing function of the age of the perishable goods. Another way of perishability modelling is presented in [1] where the deterioration rate is affected not only by the storage environment and the preservation effort but also by different perishability characteristics of different agri-fresh products (for example, the deterioration rate for bananas is different from the deterioration rate for apples). The variable character of perishability is caused by handling and transportation equipment, product temperature and air-conditioning, etc. In order to resemble this variability more, the Weibull distribution is also used to describe a perishability rate [16, 23, 24]. But still, there is a lack of research in which the uncertain character of process perishability is included in simulation research. To the best of our knowledge, none of these studies has discussed the effects of the uncertainty of perishability rate on the performance of the inventory system.

2.1. Robustness of perishable inventory control methods and their optimization

Increasing uncertainty of logistic and production processes initiated the rapid development of approaches to ensure system robustness. Authors from [25] develop a robust proportional-integral-derivative (PID) tuning model based on simulation-optimization and computational intelligence methods which provide insensitivity to variability (e.g. demand variability). They combine surrogate techniques and evolutionary algorithms to decrease the level of computational complexity in the tuning of PID controller. In turn, a new optimal model-based sliding mode controller dedicated to the perishable inventory system is presented in [26] which provides a fast reaction to the unknown disturbance, e.g. customer's demand, ensures limited and smooth orders, and reduces the holding and operating costs.

In [27] new robust approach is proposed which is based on classical order-up-to policy including various demand uncertainty using robust dynamic programming approaches. What is more, the solution approach provides optimality of the results and stable changes in costs in case of demand variability. The problem of uncertainty in the decay of raw material is addressed in [15], where methods of robust optimization are applied. Moreover, multi-objective algorithms are recommended for more efficient optimization performance (shorter time of computations), which is utilized in this research.

Optimization of the inventory systems is presented in e.g. [28–31], which are used only for control parameters tuning, re-

regardless of possible uncertainties inclusion in the optimization process, and robust optimization. The robust approach facilitates minimizing the possible loss for a worst-case scenario approach that provides the feasibility of the solutions for all possible values of the uncertain parameters included in the uncertainty set [32, 33]. The research in [34] consists of bi-criterial optimization using two criteria: customer service level (SL) and overall holding cost (HC) and evolutionary algorithm: NSGA-II to improve the distribution of the product in a specific type of logistic systems network (mesh-type).

2.2. Artificial intelligence methods used for the perishable inventory control problem

In the recent decade, there is a significant increase in the popularity of neural network techniques applied to inventory control [35]. The most popular application of neural networks in the inventory control system is demand prediction as in [36,37]. The most popular model of neural network used for inventory control is the backpropagation neural network. In [38] an online neural network controller that optimized a three-stage supply chain is developed which means that the weight tuning process is a continuous optimization problem in which a backpropagation (BP) algorithm is applied. However, the standard BP algorithm has inherent disadvantages such as slow convergence, the problem of converging to a local minimum, a complication of the system, and random network structure selection. Trying to overcome these difficulties, researchers develop different improved BP neural network models [35]. In [35] improved BP algorithms have an advantage both in convergence and prediction accuracy in comparison to the existing approaches. To improve neural network control, the application of evolutionary algorithms becomes more popular. One of the solutions existing in the literature is genetic algorithm-based learning. In [39] is shown that artificial neural networks combined with genetics for a variety of complex functions can achieve superior optimization solutions when compared with BP. Comparing the BP and genetic algorithm (GA), it can be observed that BP moves from one point to another whereas the GA searches the weight space from one set of weights to another set in many directions simultaneously which increases the chance of reaching the global minimum. A more effective process of weights tuning is achieved in [40] where a method that combines BP and GA for the learning process is presented. The combination of neural network and fuzzy logic is also a presence in the literature on inventory control [41] where a two-layered feed-forward with a backpropagation learning algorithm is used. In the research [40] the genetic algorithm is used to train the weights of the neural network which significantly improves the performance of the system. However, there is still a gap in the application of these methods to uncertain inventory control problems with perishable products. There are still few studies on control systems and optimization approaches to deal with uncertain perishable inventory systems.

2.3. Contribution of this study

The review of the pertinent literature implies that there is a lot of research on designing control policies with the application to

inventory systems. Most of the work focus on investigating obtaining an optimal performance with a view to possible demand deviations. In addition, a few pieces of research devote study to developing new approaches for handling the uncertainty of perishability processes. Through the review of these papers, it was found that there is no comprehensive solution for the determination of the optimal quantity of orders in perishable inventory systems affected by uncertain perishability rates. Therefore, designing the approach to resolving this matter is a contribution to the current state of the art. The main contribution of this study is the application of the neural network controller and robust multi-objective optimization to the problem of uncertain perishable inventory system control. The main task of the designed controller is to calculate order quantity such that the customer's demand is satisfied without holding the excess stock.

According to the literature, a lot of new approaches, and methods are designed for inventory systems without perishability and there is a research gap in the research of new methods which have application in perishable inventory systems. As it can be noted, there is a lack of work that considers process perishability. Hence, what differentiates this work from the previous studies is the development of an approach for optimal control of perishable inventory systems with uncertain perishability processes, which is based on Weibull distribution and neural network controllers. In contrast to earlier results devoted exclusively to the inventory control systems, in this paper control approach for perishable inventory with uncertainty is developed. In order to verify our approach usability, simulation research with a wide range of initial conditions is conducted. To the best of our knowledge, works [15, 16] as the only two of the few which have included uncertainty of perishability in the perishable inventory model. According to the conclusion in [15] in this work it is decided to use NSGA-II for optimization in order to shorten the computational time. We also assume a random lifetime of perishable products, which is still less studied than fixed-lifetime perishability and non-perishable products. Our approach provides robustness for the uncertain character of the perishability process and the generated order signal is finite and stable.

3. AN INVENTORY MODEL WITH PERISHABLE PRODUCTS

3.1. Preliminaries

Let us consider the nonlinear, discrete-time perishable inventory with random lifetime products proposed in [24]. The considered class of inventory system assumes that stored products have a limited shelf-life. The main purpose of the inventory system is to satisfy customer demand and optimize the stock levels and losses due to perishability. The model fundamentals are based on the following assumptions:

1. The inventory system considers a single item only.
2. A review period is constant and equals one day.
3. Lead time is deterministic and positive and equals s days ($s > 0$).
4. Shortages are allowed but are not backlogged. Excess demand is lost.

5. There is only one stocking point in each period k .
6. Demand is a time-varying function.
7. The maximum shelf-life l is fixed and known a priori. Lost units are not replaced.
8. Items deteriorate according to a variable rate. The Weibull distribution is used to represent the distribution of the time to deterioration. It is assumed that after a period of l days distribution function is almost equal to 1. It means that the error resulting from the assumption of a finite time horizon is negligible.
9. The part of a new batch of products entering the inventory could spoil during the transport.
10. The products are sold according to FIFO policy.

3.2. Notation

The variables used in the model are presented in Table 1.

Table 1
Applied notation

Symbol	Definition
N	The length of the simulation horizon
$k \in \{1, 2, \dots, N\}$	Discrete-time
l	The maximal lifetime of the item
$i \in \{1, 2, \dots, l\}$	The index of state variables
s	Deterministic lead time
d_{\max}	The maximum demand in one period k
w_i	Perishability coefficients
$\mathbf{x}(k)$	The vector of state variables
$y(k)$	Inventory level (on-hand stock)
$u(k)$	Order quantity
$F(p, \gamma, \lambda, \beta)$	The cumulative distribution function of the Weibull distribution
λ_n	The nominal value of scale parameter λ from the Weibull distribution
λ_Δ	The perturbed value of scale parameter λ from the Weibull distribution
Δ	Perturbation
$\mathbf{z}(k)$	The aggregated amount of perished product
$z_i(k)$	The sum of perished product
$d(k)$	Aggregated demand
$d_i(k)$	Demand for a product of age i
$h(k)$	The aggregated amount of sold product
$h_i(k)$	The sold product of age i
n	Number of neurons in the hidden layer
\mathbf{v}	The vector of network weights
a_j	The activation function in the first layer
e	The activation function in the second layer
c_j	The transformation function in the second layer

3.3. The applied model – in brief

The model reflects the real processes in the inventory system with perishable products. The main goal of every inventory system is to satisfy customer demand. In order to maintain high

customer service and minimize the on-hand stock, the replenishment orders must be just in time delivered. It is important to note that the orders arrive in the inventory after lead-time denoted as s . It means, that applied control input makes an impact on the system after the period s . It makes these systems much more different from the classical systems. The dynamics of the system are influenced by the on-hand stock and work-in-progress orders. However, the demand does not affect the dynamics and is modelled as an unknown a priori, bounded function of discrete time $0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max}$. There is full demand satisfaction when the number of sold products $h(k) \in R_{\geq 0}$ is equal to the current demand $d(k) \in R_{\geq 0}$, $h(k) = d(k)$. The maximum value of imposed demand for products per k period is constrained by $d_{\max} \in R_{\geq 0}$. The general description of the assumed inventory system is that: (a) the orders are generated in regular intervals on the basis of the on-hand stock quantity $y(k)$, work-in-progress deliveries $x_i(k)$, where $i = \{1, 2, \dots, s-1\}$ and expected demand $d(k)$, (b) the products are sold according to FIFO issuing policy, (c) products ages according to Weibull distribution. Total demand consists of a sum of demand for products characterized by age i : $d(k) = \sum_{i=1}^l d_i(k)$. In this model, i represents the age of products, e.g. $i = 1$ means that $d_1(k) \in R_{\geq 0}$ is the demand for the freshest products available in the inventory. The total number of the sold product is given by $h(k) = \sum_{i=1}^l h_i(k)$, where $h_i(k) \in R_{\geq 0}$ – sold products of age i . As inventory systems become more complex, representing them with differential equations or transfer functions becomes highly advanced. Considering that, for efficient implementation in Matlab and on computing server, the model is formulated using a state-space approach. State-space representation of this system is given by l equations

$$\begin{cases} x_1(k+1) = (1-w_1)u(k), \\ x_2(k+1) = (1-w_2)(x_1(k) - h_1(k)), \\ \vdots \\ x_l(k+1) = (1-w_l)(x_{l-1}(k) - h_{l-1}(k)). \end{cases} \quad (1)$$

State variable $x_i(k) \in R_{\geq 0}$ keeps the information about products quantity of age i . Items start to deteriorate during transport to the inventory. Order quantity $u(k)$ is a positive and real number. Perishability coefficients $w_i \in \langle 0, 1 \rangle$ of product of age i are provided by the Weibull distribution function

$$w_i = \begin{cases} F_1 & i = 1, \\ \frac{F_i - F_{i-1}}{1 - F_i} & i = 2, 3, \dots, l, \\ 1 & i = l + 1. \end{cases} \quad (2)$$

Assuming that the inventory deterioration rate follows a Weibull distribution, its cumulative distribution function can

be presented in the following form

$$F_p = F(p, \gamma, \lambda, \beta) = \begin{cases} 0 & p \in \langle 1, \gamma \rangle, \\ 1 - e^{-(\frac{p-\gamma}{\lambda})^\beta} & p \in \langle \gamma, l \rangle, \end{cases} \quad (3)$$

where $\beta > 0$ is the shape parameter, $\lambda > 0$ is the scale parameter, $\gamma > 0$ is the location parameter defining the beginning of deterioration, p is the time of deterioration. On-hand stock is a sum of the products stored to the inventory with different age

i which can be described as $y(k) = \sum_{i=s}^l x_i(k)$. The products are sold according to FIFO policy, e.g. the oldest products, that is, the quantity with the highest i , is consumed first. In order to preserve the inventory processes, the following inequality must be met $y(k) - h(k) \geq 0$. It means that the system cannot sell more units than available on-hand stock. Perishability process of products for each moment k and age i is given by $l + 1$ equations

$$\begin{cases} z_1(k) = w_1 u(k), \\ z_2(k) = w_2 (x_1(k) - h_1(k)), \\ \vdots \\ z_{l+1}(k) = w_{l+1} (x_l(k) - h_l(k)). \end{cases} \quad (4)$$

Products perish according to Weibull distribution what means that perishability can occur for every group of products (according to age i). For a general overview of the quantity of products losses, the sum of perished quantities of ages i is given as

$$z(k) = \sum_{i=1}^{l+1} z_i(k).$$

4. NEURAL CONTROLLER FOR PERISHABLE INVENTORY

Artificial neural networks consist of the number of connected neuron cells with weights imitating the real processes which occur in brains. The main goal of this work is to develop a robust neural network controller for uncertain perishable inventory systems in order to optimize the performance of this system using multicriteria optimization. The developed neural network controller consists of three layers: input, hidden, and output layer. It is assumed that the developed network has one hidden layer which has n neurons. The hidden layer has the saturating linear transfer function (satlin) whereas on the output layer is a positive linear transfer function (poslin). The applied structure of the neural network is depicted in Fig. 1.

The input of the neural network controller is the state vector $\mathbf{x}(k) \in R_{\geq 0}$, which is the number of products on every shelf – the shelf represents the age of the product. The output of the neural network is the control signal $u(k) \in R_{\geq 0}$, which is the order quantity generated in order to satisfy the demand $d(k) \in R_{\geq 0}$. The applied structure is a feed-forward network, in which the activation functions a_j , e , and transformations c_j and u occur. Based on the current stock age and work-in-progress deliveries, the controller can generate the optimal order quantity for each day k . The weights are the elements of vector \mathbf{v} . Neural network

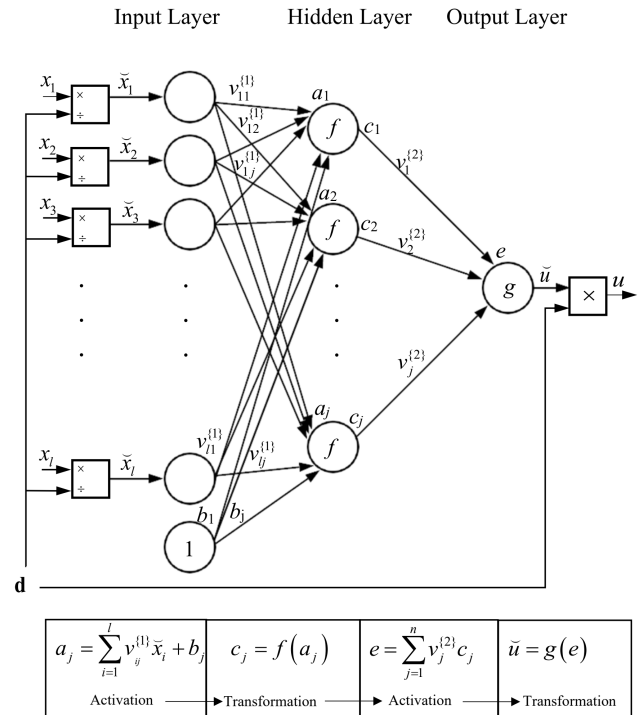


Fig. 1. The applied structure of the neural network controller

learning is conducted for constant demand value $d(k)$, which is 1 unit per day. However, for simulation purposes, the demand scaling is proposed, which provide the proper controller behaviour for different value of demand than 1.

5. LEARNING USING MULTICRITERIA OPTIMIZATION

For the tuning of the neural network weights, multicriteria optimization is applied. First, the proper optimization criteria have been formulated. The first criterion is describing the number of lost sales due to stock shortages

$$J_h = \sum_{k=s+1}^N (d(k) - h(k)). \quad (5)$$

As a second criterion for optimization, the surplus of stock over demand is considered

$$J_y = \sum_{k=s+1}^N m(k), \quad (6)$$

where

$$m(k) = \begin{cases} y(k) - d(k) & \text{for } y(k) \geq d(k) \wedge \hat{y}(k) \leq d(k), \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7)$$

The inequalities in the above relationship (7) eliminate the penalty for the stock which results only from the initial conditions \mathbf{x}_0 . In other words, the penalty begins to be counted when the quantity of products from the initial vector is consumed.

To be more precise, if a free response (response for initial conditions without any orders) $\hat{y}(k)$ of the system is equal to or smaller than the current demand and there is a surplus in stock, the cost criterion is nonzero. Otherwise, the shortages caused by initial conditions do not increase the criterion (6). It is important to note, that the free response of a system is when the input is zero – when the controller does not generate non-zero results.

Formulated criteria can be written as the following vector:

$$\mathbf{J} = [J_h, J_y]. \quad (8)$$

For a given nonlinear model of the uncertain, perishable inventory system (1)–(4) and the formulated cost vector (8), the optimization task can be defined as follows:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{v}} \max_{\Delta} J(\mathbf{v}, \mathbf{x}_0, \Delta) \\ \text{s.t. } -\delta \leq \Delta \leq \delta, \end{aligned} \quad (9)$$

where \mathbf{v} is the vector of network weights.

The optimization process is depicted in Fig. 2.

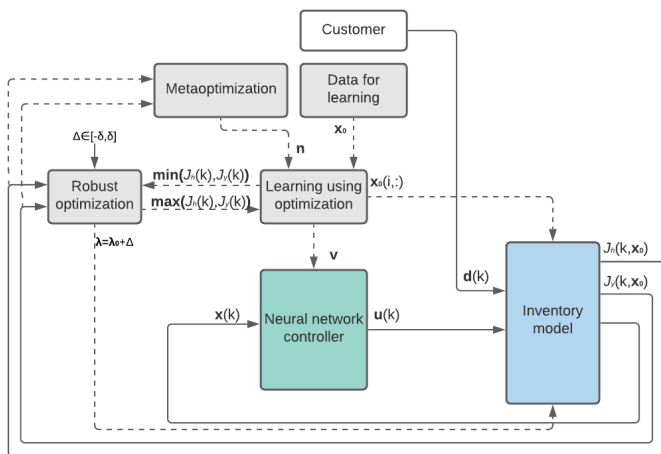


Fig. 2. The structure of conducted optimization process

The process of system optimization starts with the meta optimization task. Meta-optimization is used to choose an optimal number of neurons in the hidden layer. It is assumed that for meta optimization the 5 different numbers of neurons are considered $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Next, after choosing the number of neurons n , the learning process of the neural network controller begins. For the learning process, the learning set of the initial state vectors for the inventory model is generated using a set of random numbers. The learning set consists of different inventory states. Taking into consideration the whole range of assumed initial conditions, the sum of the inventory costs (8) is calculated. In this way, the performance of the controller is evaluated not only based on one single case but on a variety of cases. The main goal of the optimization is to minimize the shortage and holding costs. Due to uncertainty in real processes, the next step is highly necessary. In order to make the system more robust for the uncertainty, the robust optimization process

is included. In this study, we apply the minimax decision rule which the main goal is to minimize the possible loss for a worst-case scenario. In this research, a worst-case scenario is the maximum value of criteria (8) obtained for a system with uncertainty. For robust optimization, the uncertainty of process perishability is considered, more specifically the scale parameter λ of Weibull distribution is perturbed. The value of λ determines the speed of perishability, for example, decreasing value of lambda means that products deteriorate faster. Based on the minimax decision rule, the weights of the designed controller are optimized NSGA-II. The optimization is conducted with the use of parallel calculation mode in Matlab. The stopping criterion is the maximal number of generations which equals 4000. The population size is 2000 individuals.

6. SIMULATION STUDY

The simulation research consists of three parts. The first one compares the optimization performance of controllers for the selected number of neurons in the hidden layer and the uncertain character of the perishability process. In the second stage, the testing of learning is conducted – the solution front is generated for different initial conditions of the inventory model. The learning set consists of 180 different inventory states. The third research is focused on the comparison between non-robust and proposed robust systems.

The system parameters are set in the following way: review period 1 day, delivery delay 3 days, perishability horizon 7 days, simulation horizon 8 days, adopted issuing policy is FIFO. The selected type of perishability is random lifetime perishability and is modelled by three-parameter Weibull distribution. For simplification purposes, after l days the whole batch of products perish, but not all at once. In more detail, during the storing period, the product quality worsens on daily basis according to Weibull distribution. It is assumed that the process of goods perishability is affected by unknown perturbation, bounded by Δ , such that $|\Delta| \leq \delta$. The scale parameter λ_{Δ} of the Weibull distribution is uncertain which is a sum of a nominal value of the scale parameter $\lambda_n = 5$ and perturbation Δ . It is assumed that the demand scenario is constant and there is uncertainty about the perishability process in the inventory. The initial conditions of the state vector \mathbf{x}_0 are generated using random numbers in the range (0, 2) containing 180 different inventory states in total.

6.1. Result of the learning process for neural network controllers

In this subsection, the results of the learning process are presented. The learning process is conducted with the use of the selected structure of a neural network, evolutionary algorithm, and bicriteria optimization. The used structure of a neural network is presented in Fig. 1 (in the previous section). For learning the optimization criteria are defined (5)–(6) and NSGA-II is used.

In Fig. 3, there is obtained Pareto front for the different number of neurons in the hidden layer $n \in \{1, 2, 3\}$ and different values of perturbation $\Delta \in \{0, 0.2, 0.5, 1\}$.

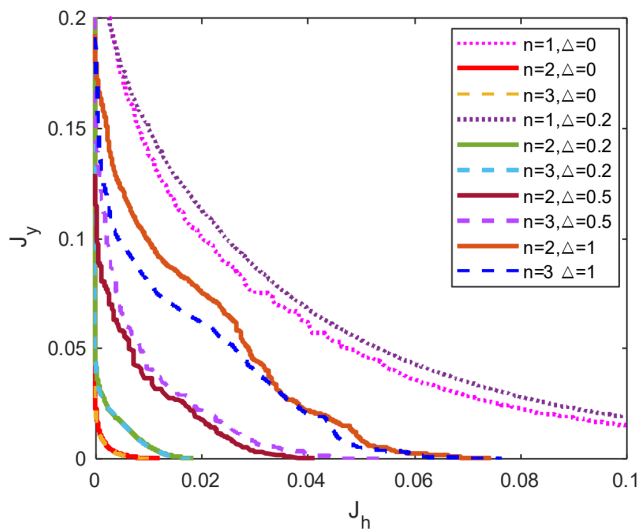


Fig. 3. Pareto fronts of results obtained for NN controllers and uncertain inventory model for selected values of perturbation – learning stage

It can be seen that the controller with 1 neuron in the hidden layer is dominated by solutions for $n \in \{2, 3\}$ all considered perturbations Δ . Secondly, the results for $n \in \{2, 3\}$ are similar for no perturbation and small perturbation range $\Delta \in \{0, 0.2\}$. The advantage of structure with three neurons is visible for the highest perturbations values, in particular, the difference is the most significant for $\Delta = 1$. For detailed analysis, in Table 1 the value of the hypervolume indicator (HV) for the obtained Pareto front is shown – the reference point for HV calculation is (0.1, 0.2).

Table 2 shows that without perturbation there is no difference between $n = 2$ and $n = 3$, which is consistent with the Pareto front analysis. Moreover, it can be noted, that the best value of HV is achieved for $n = 3$ for the highest value of perturbation $\Delta = 1$. It is important to note that the higher the HV, the closer the solution to the optimal point.

Table 2

HV values for the selected number of neurons and perturbation for a reference point (0.1, 0.2) – learning stage

Number of neurons	$\Delta = 0$	$\Delta = 0.2$	$\Delta = 0.5$	$\Delta = 1$
$n = 1$	0.679	0.645	–	–
$n = 2$	0.998	0.991	0.951	0.834
$n = 3$	0.998	0.991	0.935	0.862

Furthermore, we compare the HV calculated for the Pareto fronts achieved by NN based controller and one of the classical ordering policies known as the order-up-to policy. Based on the papers [42, 43], it is assumed that the OUT controller can be described by the following equation

$$u(k) = \begin{cases} (y_{OUT} - y(k) - WIP(k))d(k), & \text{for } y_{OUT} > y(k) + WIP(k), \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (10)$$

where y_{OUT} is the order-up-to level, and $WIP(k)$ represents the placed but not yet completed orders due to the occurring delays.

For comparison of purpose parameters, the OUT controller has been computed using multiobjective optimization as for the NN-based controller. The assumed reference point for HV calculation is (0.1, 3). The obtained results for the zero perturbation case ($\Delta = 0$) show that HV is about 42% smaller than for the NN-based controller with two neurons. It means that the NN-based controller significantly improves quality indicators both in terms of shortages and holding costs in comparison to the OUT controller.

6.2. Testing of optimized control system structures

In the next stage, the testing for the different seeds of random initial conditions that are used for learning is performed. As quality indicators, HV and average absolute deviation (AAD) between solutions obtained for the learning and testing stage, is used. Firstly, the HV values for one reference point (0.1, 0.2) for all considered controllers are presented in Table 3.

Table 3

HV values for the selected number of neurons and perturbation for a reference point (0.1, 0.2) – testing stage

Number of neurons	$\Delta = 0$	$\Delta = 0.2$	$\Delta = 0.5$	$\Delta = 1$
$n = 1$	0.694	0.631	–	–
$n = 2$	0.997	0.989	0.931	0.780
$n = 3$	0.996	0.989	0.911	0.825

Judging by the HV values, the same relationship as in the learning stage is observed. For smaller perturbations $\Delta = \{0, 0.2\}$ the difference between $n = 2$ and $n = 3$ is merely visible. The only increasing value of perturbation $\Delta = \{0.5, 1\}$ resulted in gaining a significant advantage of $n = 3$. In order to see the individual differences between obtained results, Fig. 4 presents the summarized comparison of HV for the learning and testing stages.

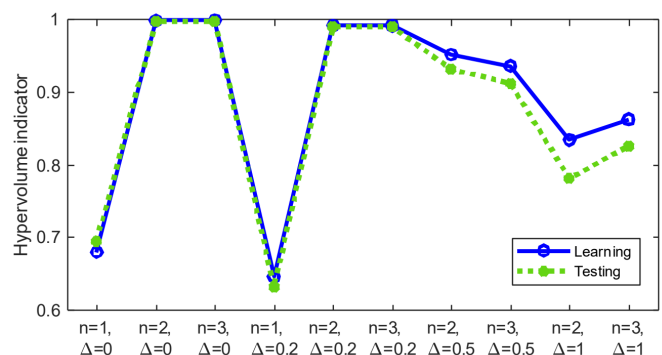


Fig. 4. The value of HV – comparison of the results for learning and testing stages

In Fig. 4, there are HV values for the different number of neurons in the hidden layer and different values of perturbation in the perishability process. First, the worst performance is for

$n = 1$, because it achieves the lowest value of HV for the selected two perturbation values $\Delta = 0$ and $\Delta = 0.2$. It is assumed that for $n = 1$ highest values of perturbation are not taken into consideration. This is because the controller with one neuron in the hidden layer is not able to find satisfactory results for this system. The best value of HV is achieved assuming $n = 2$ and $n = 3$ for the system with no perturbation ($\Delta = 0$), for $n = 2$, $n = 3$ for small perturbation ($\Delta = 0.2$). The significant advantage of $n = 3$ begins to be visible for high perturbation values ($\Delta = 1$). Secondly, the achievements of the learning process are analyzed using the testing process. Therefore, the average ratio of the HV for testing to the HV for learning is equal to 98.6 % for all selected neural network structures and perturbations. Furthermore, it can be seen that the higher the perturbation value Δ , the more significant differences between the HV for the learning and testing stages. The worst learning effectiveness among considered cases is for $n = 2$ and the perturbation $\Delta = 1 - 93.8\%$.

Secondly, let us look at the sets of solutions obtained in the testing stage. Figures 4(a)–(f) and 5(a)–(d) show the comparison plots for low perturbations $\Delta = \{0, 0.2\}$ and high perturbations $\Delta = \{0.5, 1\}$.

Judging by the results depicted in Fig. 6, the set of solutions obtained in the testing phase is similar to the one achieved in the

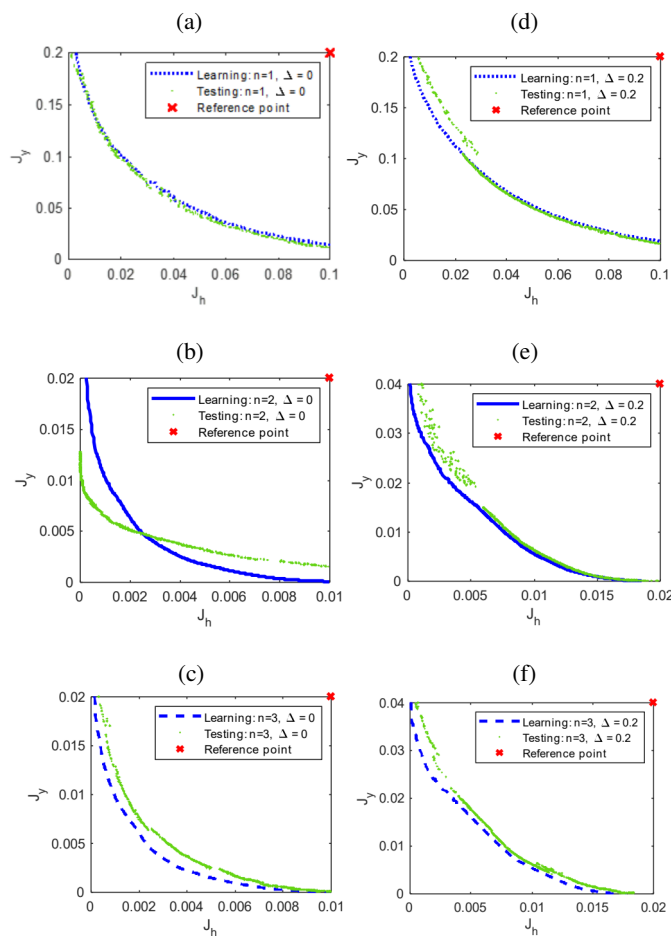


Fig. 5. Set of solutions obtained for NN controllers and uncertain inventory model for low values of perturbation $\{0.5, 1\}$

learning stage, but some deviations occur. In order to quantify these deviations, two indicators are used – the hypervolume percentage difference (HVD) between HV values for the learning and testing stage and AAD. In Table 4 a simple summary of the hypervolume percentage differences between learning and testing sets is provided. The HVD and AAD values are calculated taking into account marked reference points in Figs. 5 and 6.

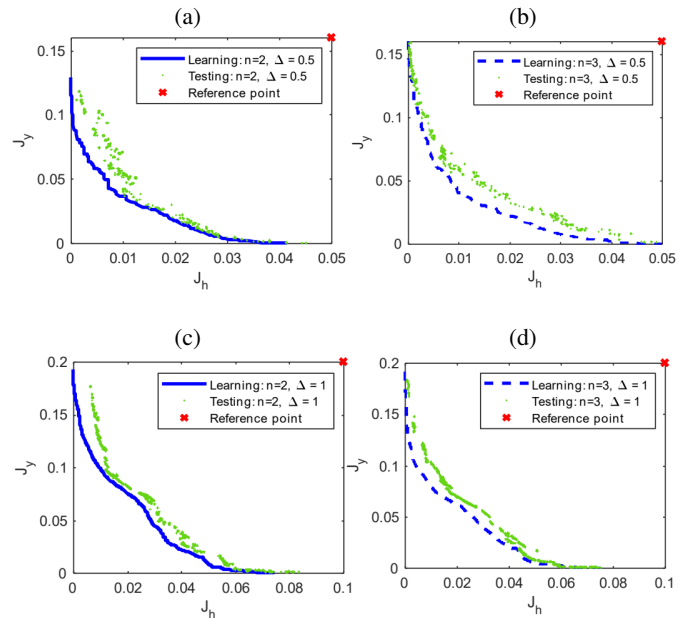


Fig. 6. Set of solutions obtained for NN controllers and uncertain inventory model for high values of perturbation $\{0.5, 1\}$

Table 4

HVD between solutions sets for learning and testing for the selected number of neurons and perturbation

Number of neurons	Uncertainty			
	$\Delta = 0$	$\Delta = 0.2$	$\Delta = 0.5$	$\Delta = 1$
$n = 2$	0.1%	4.6%	5.0%	6.3%
$n = 3$	7.1%	5.4%	7.1%	4.4%

Taking into consideration only the cases with uncertainty in the inventory system, the lowest value of the HVD – is for $n = 3$, $\Delta = 1$ – the advantage is equal to 1.9% in comparison to the result for $n = 2$. It means that solutions obtained for $n = 3$ provide the best set of solutions in the testing stage relative to the learning set. For presented perishable inventory system with uncertainty, three neurons in the controller structure cause that system can learn more effectively than the system with two neurons.

Moreover, the AAD values (Table 5) indicate that for the small perturbations there is no significant difference between obtained results for $n = 2$ and $n = 3$.

The following relationship is visible: the highest the uncertainty, the more significant the difference between AAD for $n = 2$ and $n = 3$. For the highest perturbation $\Delta = 1$, the $n = 3$ controller provides a smaller AAD than for $n = 2$. On the other

Table 5

The average absolute deviation between solutions obtained after learning and testing for the selected number of neurons and perturbation

Number of neurons	Uncertainty			
	$\Delta = 0$	$\Delta = 0.2$	$\Delta = 0.5$	$\Delta = 1$
$n = 2$	0.009	0.011	0.041	0.094
$n = 3$	0.007	0.013	0.053	0.068

hand, the controller with two neurons gives better results for $\Delta = \{0.2, 0.5\}$ which are lower than a three-neuron case by about 20%. However, the controller with 3 neurons achieves the best effectiveness of the learning process for $\Delta = 1$ because the testing set deviates about 30% less from the learning set than for $n = 2$.

6.3. Comparison of the robust and non-robust neural network controller

In order to verify the proposed robust controller, numerical simulations of the perishable inventory flow process have been performed. In Fig. 7, the specific points are selected to analyze the time responses of the designed controllers.

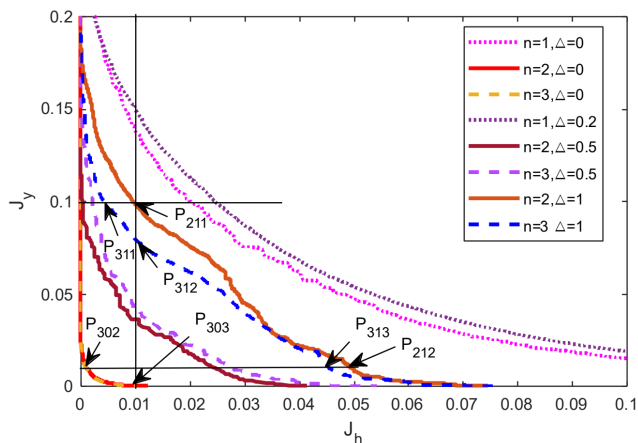


Fig. 7. Selected points from the Pareto fronts of results obtained for NN controllers and uncertain inventory model for selected values of perturbation at the learning stage

The points are selected using the following criteria: (a) 1% average of shortages, (b) 1% average of excess stock, (c) 10% average of excess stock – in the whole range of initial conditions \mathbf{x}_0 . It is important to note that J_h and J_y are calculated in these cases on which the controller has an impact. In detail, the controller does not have an impact on the initial conditions \mathbf{x}_0 so the criteria are calculated apart from the impact of the initial conditions \mathbf{x}_0 which is reflected by equations (5)–(7). In Table 6, there are the symbols of marked points from Fig. 7 and the average of optimization criteria (5)–(6) obtained in the learning process for a certain value of perturbation Δ .

As we can see, the values of cost functions are the smallest for the controller $n = 3$. The difference in shortage costs J_h between robust systems increases about 20% for (c) than for (b). For the purpose of an analysis of the controller performance,

Table 6

Selected points and cost function values for assumed cases

Case	Point	J_1	J_2
(a) $J_h = 0.01$	P_{211}	0.010	0.100
	P_{312}	0.010	0.080
	P_{303}	0.010	0.000
(b) $J_h = 0.01$	P_{302}	0.000	0.010
	P_{313}	0.045	0.010
	P_{212}	0.050	0.010
(c) $J_y = 0.1$	P_{311}	0.004	0.100
	P_{211}	0.010	0.100

one case of initial condition \mathbf{x}_0 is selected based on the maximal difference between values of criterion J_h for a non-robust (NC) and robust system (RNC). In order to compare the performance of the selected case, the time plots for case (a) are presented (Figs. 8 and 9).

In Fig. 8, it can be seen that the non-robust system (learned without perturbation $\delta = 0$ – marked as NC) orders the smallest

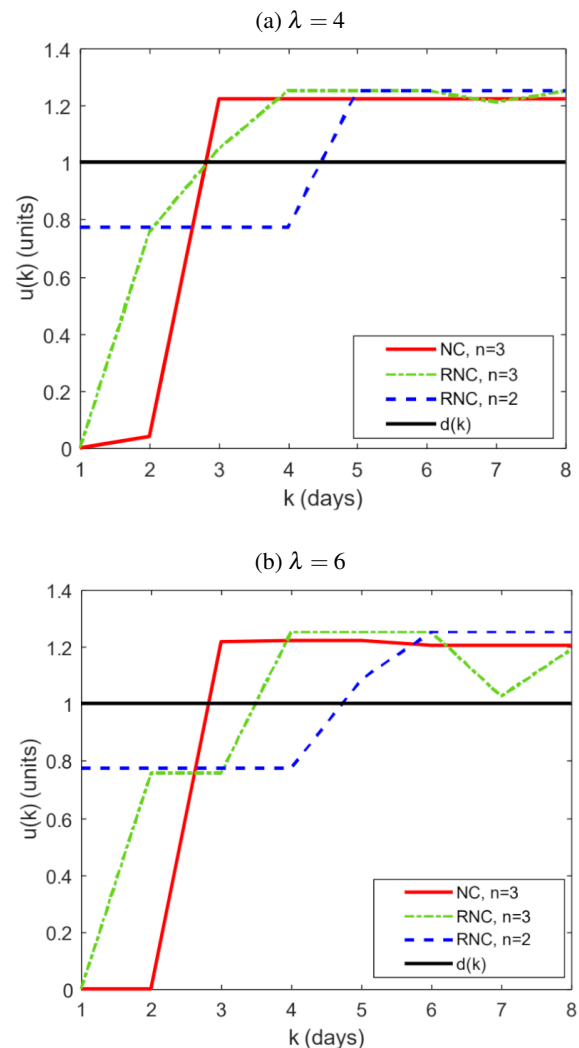


Fig. 8. Order quantity of three systems for chosen initial conditions \mathbf{x}_0 , constant customer service level ($J_h = 0.01$), perishability parameter $\lambda = \{4, 6\}$, and two or three neurons in the neural network $n = \{2, 3\}$

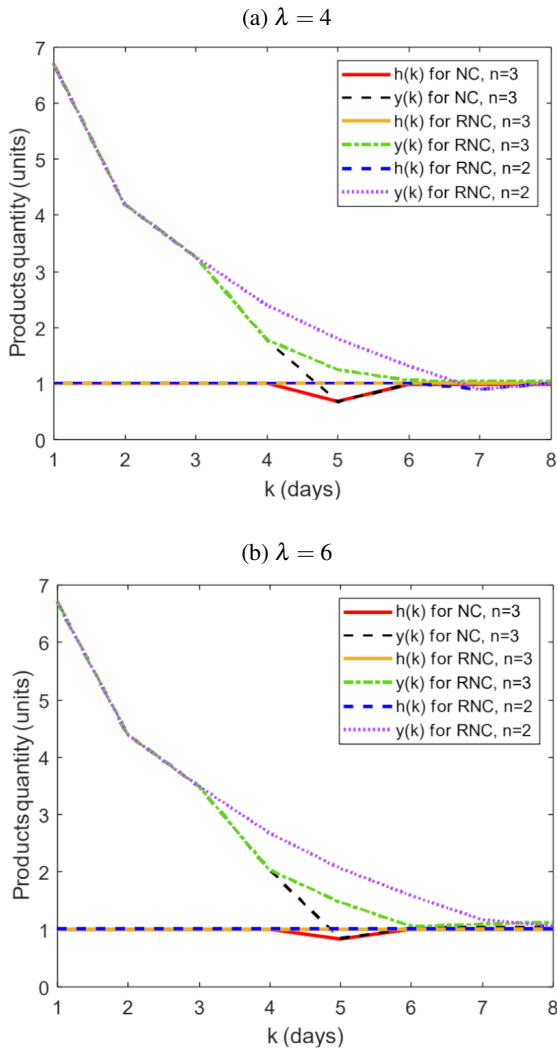


Fig. 9. Time plots ($h(k)$ – sold goods, $y(k)$ – inventory level) of three systems for chosen initial conditions \mathbf{x}_0 (maximal difference on J_h), constant customer service level ($J_h = 0.01$), perishability parameter $\lambda = \{4, 6\}$, and two or three neurons in the neural network $n = \{2, 3\}$

amounts of products in the two first-time moments $k = \{1, 2\}$. From the third day, the non-robust system orders the same quantity on the whole simulation horizon for $\lambda = 4$, for $\lambda = 6$ it decreases slightly after $k = 5$. Moreover, the controller with two neurons ($n = 2$) starts with the highest order quantity and after $k = 5$ maintains high orders. Figure 8a shows that the robust network controller (learned including perturbation $\delta = 1$ – marked as RNC) for $n = 3$ provides total demand fulfilment (without shortages), whereas the NC, $n = 3$ system achieves about 5% loss in sales. The RNC, $n = 3$ thanks to maintaining about 4% higher stock can flexible response to the uncertain character of the uncertain process. The robust controller with two neurons keeps about 6% higher stock than the controller of $n = 3$ (Fig. 9). What is more, two considered closed-loop systems states converge in finite time (about 8 steps). These results suggest that the proposed robust optimization approach with the uncertainty set is effective in dealing with perishability distribution uncertainty. What is important, the robust system keeps

the higher stock only for one period, and when demand is stable, the system keeps the smallest possible stock, which can be seen starting from $k = 6$.

Finally, in order to show the superiority of the robust controller for $n = 3$, the simulations for the test set of initial conditions \mathbf{x}_0 are performed. In detail, the solutions in the objective space are generated using obtained weights from the learning process from section A. Two types of controllers: NC and RNC are simulated for the same value of perturbation. It is assumed that the perturbation of the perishability process is equal to $\Delta = 1$, where the nominal value of the scale parameter is $\lambda_n = 5$. Instead of picking a single scenario of initial conditions like in section C, the test set of 180 initial conditions is taken into consideration. For the purpose of the testing phase, the new set of initial conditions \mathbf{x}_0 is generated with the same distribution as in the learning phase but with a different seed. The obtained solutions sets are depicted in Fig. 10.

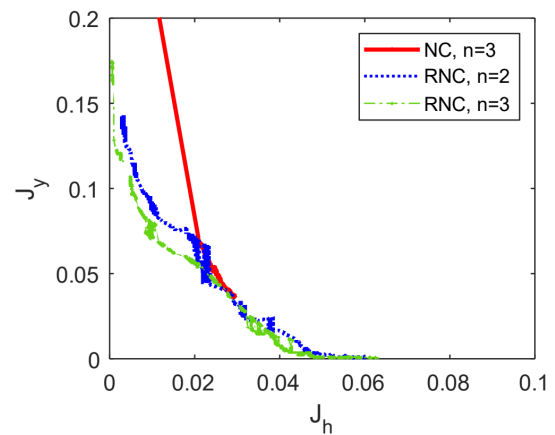


Fig. 10. Solution space for the neural controller and robust neural controllers for the test of the set initial conditions \mathbf{x}_0

As can be seen from Fig. 10, the best results are for robust neural controllers in the majority of the time horizon. The RNC, $n = 3$ provides about 18% higher quality of solution space in terms of HV than for NC, $n = 3$. It means that RNC, $n = 3$ can minimize the uncertainty of perishability more effectively, especially for the solutions of the smallest value of shortage cost, i.e. $J_h < 0.02$. Among robust controllers, the RNC, $n = 3$ achieves about 5% higher HV than RNC, $n = 2$ which shows that the controller with a three-neuron system is more robust than the two-neuron controller. Consequently, in the case of significant perturbation, i.e. $\Delta = 1$ RNC, $n = 3$ can crucially maintain less stock providing higher demand satisfaction at the same time. This also means that for robust systems there are smaller losses due to product perishability.

7. CONCLUSION

Improving the approaches of goods flow in the production-logistic systems is highly desirable in nowadays industry, which makes the research on inventory control approaches of utmost importance. Not only does the proposed solution reduce the

costs but also provides robustness for the uncertain character of perishability. We show that a robust neural network controller, especially for $n = 3$, exhibits improved performance compared with the classical neural controller and robust neural controller with a lower number of neurons in the hidden layer. This work also shows that multicriteria optimization can be used for neural network optimization in the problem of perishable inventory control. What is important, this is evident that the controller with three neurons limits the stock and provides full demand satisfaction at the same time. The research shows that the cost performance obtained by applying the robust state-space controller to the model with uncertain parameter λ is superior to the non-robust controller. It is found that a robust system can achieve about 18% better solutions than the non-robust approach in terms of hypervolume indicators. Our proposed solution approach provides formal ground for real-life inventory optimization and can improve warehouse management systems to make ordering decisions under perishability uncertainty. Furthermore, the approach can be also adopted for inventory systems with multiple items.

Further research should focus on a perishable inventory model with two uncertainties such as lead-time, demand, and development of the proposed approach to perishable inventory system optimization.

REFERENCES

- [1] Y. Yang, H. Chi, W. Zhou, T. Fan, and S. Piramuthu, "Deterioration control decision support for perishable inventory management," *Decis. Support Syst.*, vol. 134, p. 113308, Jul. 2020, doi: [10.1016/j.dss.2020.113308](https://doi.org/10.1016/j.dss.2020.113308).
- [2] X. Cai, J. Chen, Y. Xiao, and X. Xu, "Optimization and Coordination of Fresh Product Supply Chains with Freshness-Keeping Effort," *Prod. Oper. Manag.*, vol. 19, no. 3, pp. 261–278, Nov. 2009, doi: [10.1111/j.1937-5956.2009.01096.x](https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2009.01096.x).
- [3] M. de Keizer, R. Akkerman, M. Grunow, J.M. Bloemhof, R. Haijema, and J.G.A.J. van der Vorst, "Logistics network design for perishable products with heterogeneous quality decay," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 262, no. 2, pp. 535–549, Oct. 2017, doi: [10.1016/j.ejor.2017.03.049](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.03.049).
- [4] I. Bose, A.K.H. Lui, and E. W. T. Ngai, "The impact of rfid adoption on the market value of firms: An empirical analysis," *J. Organ. Comput. Electron. Commer.*, vol. 21, no. 4, pp. 268–294, Oct. 2011, doi: [10.1080/10919392.2011.614184](https://doi.org/10.1080/10919392.2011.614184).
- [5] Y.J. Tu, W. Zhou, and S. Piramuthu, "A novel means to address RFID tag/item separation in supply chains," *Decis. Support Syst.*, vol. 115, pp. 13–23, Nov. 2018, doi: [10.1016/j.dss.2018.09.003](https://doi.org/10.1016/j.dss.2018.09.003).
- [6] M. Thibaud, H. Chi, W. Zhou, and S. Piramuthu, "Internet of Things (IoT) in high-risk Environment, Health and Safety (EHS) industries: A comprehensive review," *Decis. Support Syst.*, vol. 108, pp. 79–95, Apr. 2018, doi: [10.1016/j.dss.2018.02.005](https://doi.org/10.1016/j.dss.2018.02.005).
- [7] G. Kovács, "Novel supply chain concepts and optimization of virtual enterprises to reduce cost, increase productivity and boost competitiveness," *Bull. Pol. Acad. Sci. Tech. Sci.*, vol. 66, no. 6, pp. 973–980, 2018, doi: [10.24425/bpas.2018.125945](https://doi.org/10.24425/bpas.2018.125945).
- [8] M. Najafi, A. Ahmadi, and H. Zolfagharinia, "Blood inventory management in hospitals: Considering supply and demand uncertainty and blood transshipment possibility," *Oper. Res. Heal. Care*, vol. 15, pp. 43–56, Dec. 2017, doi: [10.1016/j.orhc.2017.08.006](https://doi.org/10.1016/j.orhc.2017.08.006).
- [9] D. H. Nguyen and H. Chen, "An effective approach for optimization of a perishable inventory system with uncertainty in both demand and supply," *Int. Trans. Oper. Res.*, vol. 29, no. 4, pp. 2682–2704, Jul. 2022, doi: [10.1111/itor.12846](https://doi.org/10.1111/itor.12846).
- [10] A. Dziomdziora and P. Ignaciuk, "Bullwhip Effect – Logistic Stability Examination in Serial and Arborescent Topologies with Demand Uncertainty and Delay," *Syst. THEORY, Control Comput. J.*, vol. 1, no. 1, pp. 68–80, Jun. 2021, doi: [10.52846/stccj.2021.1.1.13](https://doi.org/10.52846/stccj.2021.1.1.13).
- [11] S. Rajendran and S. Srinivas, "Hybrid ordering policies for platelet inventory management under demand uncertainty," *IIEE Trans. Healthc. Syst. Eng.*, vol. 10, no. 2, pp. 113–126, Apr. 2020, doi: [10.1080/24725579.2019.1686718](https://doi.org/10.1080/24725579.2019.1686718).
- [12] P. H. Hsu, H. M. Wee, and H. M. Teng, "Optimal ordering decision for deteriorating items with expiration date and uncertain lead time," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 52, no. 4, pp. 448–458, May 2007, doi: [10.1016/j.cie.2007.02.002](https://doi.org/10.1016/j.cie.2007.02.002).
- [13] P. Nielsen, Z. Michna, B. B. Sřrensen, and N. D. A. Dung, "Lead Times – Their Behavior and the Impact on Planning and Control in Supply Chains," *Manag. Prod. Eng. Rev.*, vol. 8, no. 2, pp. 30–40, Jun. 2017, doi: [10.1515/mper-2017-0015](https://doi.org/10.1515/mper-2017-0015).
- [14] A. Diabat, E. Dehghani, and A. Jabbarzadeh, "Incorporating location and inventory decisions into a supply chain design problem with uncertain demands and lead times," *J. Manuf. Syst.*, vol. 43, pp. 139–149, Apr. 2017, doi: [10.1016/j.jmsy.2017.02.010](https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2017.02.010).
- [15] S. A. Darestani and M. Hemmati, "Robust optimization of a bi-objective closed-loop supply chain network for perishable goods considering queue system," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 136, pp. 277–292, Oct. 2019, doi: [10.1016/j.cie.2019.07.018](https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.07.018).
- [16] J. Jouzdani and K. Govindan, "On the sustainable perishable food supply chain network design: A dairy products case to achieve sustainable development goals," *J. Clean. Prod.*, vol. 278, p. 123060, Jan. 2021, doi: [10.1016/j.jclepro.2020.123060](https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123060).
- [17] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, "Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems," *Bull. Pol. Acad. Sci. Tech. Sci.*, vol. 59, no. 1, pp. 39–49, Mar. 2011, doi: [10.2478/v10175-011-0007-0](https://doi.org/10.2478/v10175-011-0007-0).
- [18] A. Bartoszewicz and M. Maciejewski, "Sliding mode control of periodic review perishable inventories with multiple suppliers and transportation losses," *Bull. Pol. Acad. Sci. Tech. Sci.*, vol. 61, no. 4, pp. 885–892, 2013, doi: [10.2478/bpasts-2013-0095](https://doi.org/10.2478/bpasts-2013-0095).
- [19] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, "Dead-time compensation in continuous-review perishable inventory systems with a remote supply source," *Arch. Control Sci.*, vol. 21, no. 1, pp. 61–84, 2011, doi: [10.2478/v10170-010-0032-5](https://doi.org/10.2478/v10170-010-0032-5).
- [20] R. Taparia, S. Janardhanan, and R. Gupta, "Inventory control for nonperishable and perishable goods based on model predictive control," *Int. J. Syst. Sci. Oper. Logist.*, vol. 7, no. 4, pp. 361–373, Oct. 2020, doi: [10.1080/23302674.2019.1600766](https://doi.org/10.1080/23302674.2019.1600766).
- [21] P. Ignaciuk and A. Bartoszewicz, "Linear-quadratic optimal control of periodic-review perishable inventory systems," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 20, no. 5, pp. 1400–1407, Sept. 2012, doi: [10.1109/TCST.2011.2161086](https://doi.org/10.1109/TCST.2011.2161086).
- [22] A. Osvald and L.Z. Stirn, "A vehicle routing algorithm for the distribution of fresh vegetables and similar perishable food," *J. Food Eng.*, vol. 85, no. 2, pp. 285–295, Mar. 2008, doi: [10.1016/j.jfoodeng.2007.07.008](https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.07.008).

- [23] S.S. Sanni and W.I.E. Chukwu, "An Economic order quantity model for Items with Three-parameter Weibull distribution Deterioration, Ramp-type Demand and Shortages," *Appl. Math. Model.*, vol. 37, no. 23, pp. 9698–9706, Dec. 2013, doi: [10.1016/J.APM.2013.05.017](https://doi.org/10.1016/J.APM.2013.05.017).
- [24] E. Chołodowicz and P. Orłowski, "Development of new hybrid discrete-time perishable inventory model based on Weibull distribution with time-varying demand using system dynamics approach," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 154, p. 107151, Apr. 2021, doi: [10.1016/j.cie.2021.107151](https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107151).
- [25] A. Parnianifard, A. Zemouche, M. Imran, and L. Wuttisittikulkij, "Robust simulation-optimization of dynamic-stochastic production/inventory control system under uncertainty using computational intelligence," *Uncertain. Supply Chain Manag.*, vol. 8, no. 4, pp. 633–648, 2020.
- [26] P. Leśniewski and A. Bartoszewicz, "Optimal model reference sliding mode control of perishable inventory systems," *IEEE Trans. Autom. Sci. Eng.*, vol. 17, no. 3, pp. 1647–1656, 2020.
- [27] R. Qiu, M. Sun, and Y.F. Lim, "Optimizing (s, S) policies for multi-period inventory models with demand distribution uncertainty: Robust dynamic programming approaches," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 261, no. 3, pp. 880–892, Sep. 2017, doi: [10.1016/j.ejor.2017.02.027](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.02.027).
- [28] C.S. Tsou, "Evolutionary Pareto optimizers for continuous review stochastic inventory systems," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 195, no. 2, pp. 364–371, Jun. 2009, doi: [10.1016/j.ejor.2008.02.039](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.02.039).
- [29] E. Chołodowicz and P. Orłowski, "Comparison of SPEA2 and NSGA-II applied to automatic inventory control system using hypervolume indicator," *Stud. Inform. Control*, vol. 26, no. 1, pp. 67–74, 2017, doi: [10.24846/v26i1y201708](https://doi.org/10.24846/v26i1y201708).
- [30] P. Ignaciuk and Ł. Wiecek, "Application of continuous genetic algorithms for optimization of logistic networks governed by order-up-to inventory policy," *Int. J. New Comput. Archit. Appl.*, vol. 7, no. 1, pp. 29–36, 2017.
- [31] E. Chołodowicz and P. Orłowski, "Impact of control system structure and performance of inventory goods flow system with long-variable delay," *Elektron. ir Elektrotechnika*, vol. 24, no. 1, p. 11–16, 2018, doi: [10.5755/j01.eie.24.1.14244](https://doi.org/10.5755/j01.eie.24.1.14244).
- [32] E. Chołodowicz and P. Orłowski, "Robust control of perishable inventory with uncertain lead time using neural networks and genetic algorithm," in *International Conference on Computational Science*, Springer, 2022 (accepted).
- [33] V. Gabrel, C. Murat, and A. Thiele, "Recent advances in robust optimization: An overview," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 235, no. 3, pp. 471–483, Jun. 16, 2014, doi: [10.1016/j.ejor.2013.09.036](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.09.036).
- [34] P. Ignaciuk and Ł. Wiecek, "Bi-objective Optimization of Logistic Networks with Full-Connectivity Structure Using NSGA-II," *Int. J. Model. Optim.*, vol. 9, no. 2, pp. 55–61, 2019.
- [35] W. He, "An inventory controlled supply chain model based on improved BP neural network," *Discret. Dyn. Nat. Soc.*, vol. 2013, p. 537675, 2013, doi: [10.1155/2013/537675](https://doi.org/10.1155/2013/537675).
- [36] J. Farhat and M. Owayjan, "ERP Neural Network Inventory Control," *Procedia Comput. Sci.*, vol. 114, pp. 288–295, Jan. 2017, doi: [10.1016/j.procs.2017.09.039](https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.09.039).
- [37] S.F. Bardeji, A.M.F. Saghih, A. Pooya, and S.H. Mirghaderi, "Perishable inventory management using GA-ANN and ICA-ANN," *Int. J. Procure. Manag.*, vol. 13, no. 3, pp. 347–382, 2020, doi: [10.1504/IJPM.2020.107466](https://doi.org/10.1504/IJPM.2020.107466).
- [38] S.R. Hong, S.T. Kim, and C.O. Kim, "Neural network controller with on-line inventory feedback data in RFID-enabled supply chain," *Int. J. Prod. Res.*, vol. 48, no. 9, pp. 2613–2632, 2010.
- [39] F.Y. Partovi and M. Anandarajan, "Classifying inventory using an artificial neural network approach," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 41, no. 4, pp. 389–404, Feb. 2002, doi: [10.1016/s0360-8352\(01\)00064-x](https://doi.org/10.1016/s0360-8352(01)00064-x).
- [40] S. Ding, C. Su, and J. Yu, "An optimizing BP neural network algorithm based on genetic algorithm," *Artif. Intell. Rev.*, vol. 36, no. 2, pp. 153–162, Aug. 2011, doi: [10.1007/s10462-011-9208-z](https://doi.org/10.1007/s10462-011-9208-z).
- [41] P. Aengchuan and B. Phruksaphanrat, "Comparison of fuzzy inference system (FIS), FIS with artificial neural networks (FIS + ANN) and FIS with adaptive neuro-fuzzy inference system (FIS + ANFIS) for inventory control," *J. Intell. Manuf.*, vol. 29, no. 4, pp. 905–923, Apr. 2018, doi: [10.1007/s10845-015-1146-1](https://doi.org/10.1007/s10845-015-1146-1).
- [42] P. Ignaciuk, "Dead-time compensation in continuous-review perishable inventory systems with multiple supply alternatives," *J. Process Control*, vol. 22, no. 5, pp. 915–924, Jun. 2012, doi: [10.1016/j.jprocont.2012.03.006](https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2012.03.006).
- [43] P. Ignaciuk, "Distributed Order-Up-To Inventory Control in Networked Supply Systems with Delay," *IEEE/CAA J. Autom. Sin.*, vol. 8, no. 10, pp. 1709–1714, Oct. 2021, doi: [10.1109/JAS.2021.1004147](https://doi.org/10.1109/JAS.2021.1004147).

[A10]

Chołodowicz, E., Orłowski, P.: Robust Control of Perishable Inventory with Uncertain Lead Time Using Neural Networks and Genetic Algorithm. In: Groen, D., de Mulatier, C., Paszynski, M., Krzhizhanovskaya, V.V., Dongar-ra, J.J., Slot, P.M.A. (eds) Computational Science – ICCS 2022. ICCS 2022. Lecture Notes in Computer Science, 2022

Zgodnie z zasadami wydawnictwa, dystrybucja treści artykułu jest ograniczona. Artykuł dostępny jest pod adresem:
https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-08751-6_4.

[A11]

Chołodowicz E., Orłowski P.: Switching robust neural network control of perishable inventory with fixed shelf life products under time-varying uncertain demand, *Journal of Computational Science*, 2023

Zgodnie z zasadami wydawnictwa, dystrybucja treści artykułu jest ograniczona. Artykuł dostępny jest pod adresem:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877750323000959>.

[A12]

Chołodowicz E, Orłowski P.: Neural Network Control of Perishable Inventory with Fixed Shelf Life Products and Fuzzy Order Refinement under Time-Varying Uncertain Demand.
Energies. 2024

Article

Neural Network Control of Perishable Inventory with Fixed Shelf Life Products and Fuzzy Order Refinement under Time-Varying Uncertain Demand

Ewelina Chołodowicz *  and Przemysław Orłowski * 

Faculty of Electrical Engineering, West Pomeranian University of Technology, 70-310 Szczecin, Poland

* Correspondence: ewelina.cholodowicz@zut.edu.pl (E.C.); przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl (P.O.)

Abstract: Many control algorithms have been applied to manage the flow of products in supply chains. However, in the era of thriving globalization, even a small disruption can be fatal for some companies. On the other hand, the rising environmental impact of a rapid industry is imposing limitations on energy usage and waste generation. Therefore, taking into account the mentioned perspectives, there is a need to explore the research directions that concern product perishability together with different demand patterns and their uncertain character. This study aims to propose a robust control approach that combines neural networks and optimal controller tuning with the use of both different demand patterns and fuzzy logic. Firstly, the demand forecast is generated, following which the parameters of the neural controller are optimized, taking into account the different demand patterns and uncertainty. As part of the verification of the designated controller, the sensitivity to parameter changes has been determined using the OAT method. It turns out that the proposed approach can provide significant waste reductions compared to the well-known POUT method while maintaining low stocks, a high fill rate, and providing lower sensitivity for parameter changes in most considered cases. The effectiveness of this approach is verified by using a dataset from a worldwide retailer. The simulation results show that the proposed approach can effectively improve the control of uncertain perishable inventories.

Keywords: perishable inventory management; sustainable control system; artificial intelligence; evolutionary computation; uncertain demand; robust optimization; energy sustainability



Citation: Chołodowicz, E.; Orłowski, P. Neural Network Control of Perishable Inventory with Fixed Shelf Life Products and Fuzzy Order Refinement under Time-Varying Uncertain Demand. *Energies* **2024**, *17*, 849. <https://doi.org/10.3390/en17040849>

Academic Editor: Ramiro Barbosa

Received: 27 December 2023

Revised: 6 February 2024

Accepted: 8 February 2024

Published: 11 February 2024



Copyright: © 2024 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Perishable inventories, such as food and pharmaceuticals, require careful management to ensure their quality and safety. One of the key considerations for the efficient management of such inventories is the energy consumption required to preserve and extend the shelf life of perishing goods. In recent years, there has been an increasing interest in reducing the energy consumption of supply chains, both to decrease costs and reduce environmental impacts (i.e., pollution reduction and promote carbon neutrality). There is a lot of emphasis on the promotion of the so-called “green” supply chain [1]. Green supply chains include green manufacturing, green products, green resources, green movement, and green logistics, i.e., green supply chain management (GSCM) [2]. In the era of Industry 4.0, not only is improving operational efficiency highly necessary but also compliance with the regulatory and market pressures for pollution, waste control (Sarkar et al., 2022 [3]), and energy consumption.

An effective inventory management system is crucial for ensuring the optimal functioning of the entire supply chain. A well-controlled inventory system can lead to improved efficiency and productivity throughout the entire supply chain. One of the essential aspects that must be considered in the management of perishable inventory systems is the role of energy. It is imperative that energy is utilized to maintain the appropriate temperature, humidity, and other essential environmental conditions that are necessary to preserve the

quality and safety of perishable goods. For example, refrigeration systems are commonly used to cool and preserve perishable foods, pharmaceuticals, blood, and other perishable products. These systems consume a significant amount of energy, and their efficient operation is essential for minimizing costs and reducing the environmental impact of inventory management. In addition, energy costs can represent a significant portion of the operating expenses for perishable inventory systems, and optimizing energy use can result in significant cost savings. Therefore, the efficient control of energy use is essential for the effective management of perishable inventories.

There exists a strong correlation between energy consumption and other inventory costs. Specifically, the holding cost, which is the cost of maintaining an inventory over a period of time, can impact the energy utilized in perishable inventory systems in a couple of ways. First, holding costs can motivate inventory managers to reduce their energy consumption in order to lower their overall costs. For example, if the holding cost of a perishable inventory is high, managers may be motivated to reduce energy consumption by using more energy-efficient refrigeration systems or optimizing the scheduling of energy-intensive operations. Second, the holding cost can also influence the tradeoff between energy use and product quality. In some cases, it may be more cost-effective to use more energy to maintain optimal environmental conditions for perishable goods, even if it means higher energy consumption. However, in other cases, it may be more cost-effective to allow some degradation of product quality to reduce energy utilization and lower the holding costs. The optimal balance between energy use and product quality depends on a diverse set of aspects, including the specific characteristics of the perishable products, the holding cost, and the energy cost.

2. Literature Review

One of the initial attempts to achieve optimal inventory performance was the development of the Economic Order Quantity (EOQ) model, which involves placing a constant order when the inventory level falls below a predetermined level. Going further, the next policy was invented where the order quantity was adjusted based on a difference between the current inventory level and the desired target level, which is called the Order-Up-To (OUT) policy. This policy has been widely used in inventory systems [4] for decades and continues to be relevant in many industries thanks to its relatively straightforward implementation compared to the more complex models. It does not require extensive data or sophisticated algorithms, making it accessible to a wide range of businesses. However, with the rise of digital technologies and the Internet of Things (IoT), there has been a significant increase in the amount of data available for businesses. This plethora of data can be harnessed by advanced algorithms to generate more precise predictions regarding demand, lead times, and other critical factors. Traditional inventory management approaches, including OUT policies, are often based on static parameters. Advanced algorithms are capable of dynamically adapting to changing conditions, considering factors such as seasonality, market trends, and unforeseen events in real time.

Many modern techniques have been applied to control the flow of products in uncertain perishable inventories. One well-known method is the Mixed Integer Programming (MIP) model. The MIP model was used in [5], where it was developed with a view to ordering and holding costs. As the optimization problem evolves, an increasing number of criteria are being considered, including carbon emissions and the freshness of perishable products, in addition to economic costs. Therefore, an increased number of criteria forced the usage of optimization methods to include the possible impacts on inventory profitability. Moreover, in current times, demand uncertainty is inevitable, so on top of that, robust methods for optimization are being more frequently used. The two-stage robust optimization (RO) model for a perishable inventory problem was proposed by Hooshangi-Tabrizi et al., 2022 [6], where an exact robust algorithm based on the column-and-row generation method was introduced. Another approach applied to inventory control is based on Benders' decomposition [7], in which the central limit theorem is used to represent uncertainty sets.

Another method that has been extensively used, as far as inventory optimization problem is concerned, is stochastic programming (SP). In RO, the decision maker does not have any distributional knowledge about the uncertainty in demand—minimizing worst-case cost, whereas in SP, it is assumed that the algorithm has full distributional knowledge about the uncertainty [8]. Also, approaches for inventory control that combine these two popular methods, RO and SP, were designed and verified in a real case study in the platelet supply chain [9].

In the era of Industry 4.0, there is rapid development in digital technologies, where enterprises invest in technologies such as automation and robotics, artificial intelligence (AI), blockchain, cloud computing, and big data analytics [1]. AI methods can contribute to the development of dynamic inventory control policies, which can adapt to changing conditions, such as fluctuations in demand patterns or variations in perishable goods' shelf life [10]. It is important to note that the methods that are using neural networks can be computationally complex. However, there are ongoing efforts to develop more efficient architectures, algorithms, and hardware solutions to address the computational challenges. Moreover, it is important to note that quantization, model pruning, parallelization, and transfer learning, where a pre-trained model is fine-tuned for a specific task, can reduce the need for extensive retraining, thus improving computational efficiency. On the other hand, more and more new approaches are being invented using neural networks to provide better convergence; for example, Input Convex Neural Networks (ICNNs) are used in Model Predictive Control (MPC) algorithms [11] to solve the problem of multiple shallow local minima. Another approach in which a neural network is incorporated is presented in [12], where fuzzy reasoning techniques and neural network structures are combined with model-based predictive control (MPC). Employing this approach contributed to simplifying the MPC algorithm.

It is worth noting that enhancing the practical efficiency of neural networks is a pursuit worth undertaking, as they are capable of identifying intricate patterns in perishable goods' consumption and degradation, thereby aiding in the determination of optimal inventory levels. The current applications of artificial neural networks to inventory management include inventory classification [13], demand forecasting [14], inventory optimization [15–17], and dynamic pricing [18]. According to the authors of [19], an artificial neural network (ANN) and genetic algorithm (GA) were employed to make predictions. A neural network was developed for forecasting purposes, and subsequently, the GA was implemented to determine the ANN's weights. Prior research has indicated that the integration of an imperialist competitive algorithm with artificial neural networks (ICA-ANN) has been proven to be more effective in predicting the demand for veterinary drugs than a genetic algorithm-based approach (GA-ANN) [14]. Artificial neural networks have also been applied to solve inventory control problems, which also include inflation [20]. The bi-objective optimization of multi-period and multi-product inventories was investigated in [20], resulting in the rapid convergence of the ANN. However, this study did not utilize authentic industry data, which could have further supported the stated advantages. On the other hand, in [21], a real-world application scenario of a German bakery chain that primarily sells highly perishable goods is presented, and in [22], a new replenishment strategy that introduces an upgraded particle swarm optimization (PSO)–backpropagation together with the (BP) neural network prediction model is investigated based on the automotive spare parts' industry. Furthermore, AI methods are very useful for minimizing the losses in perishable pharmaceutical products in a healthcare supply chain. More and more so-called 'intelligent inventory management' systems have been created, which help to increase overall cost-effectiveness [23]. The next subfield of artificial intelligence, which has also been widely implemented to address inventory control problems, is reinforcement learning. Numerous prior studies have explored the utilization of reinforcement learning (RL) in addressing inventory management challenges, exemplified by the noteworthy contributions [24–27]. For example, in reference [24], a deep reinforcement learning framework was introduced for inventory replenishment problems. However, it is worth mentioning that

this study did not explicitly account for the impact of product age, indicating an absence of perishability considerations.

In this paper, we employ a robust approach for perishable products facing demand uncertainty to minimize the overall costs. Moreover, the abovementioned studies either consider non-perishable products or do not explicitly incorporate the product's aging into the model. In other works, it is proposed that a scenario-based RO, where an optimal policy that minimizes the worst-case cost, including the product's aging, is presented [8]. Nevertheless, demand categorization-based RO was not properly addressed in the current state of the art, which is a significant research gap. The next void in the literature is about using zero lead time. To exemplify, in [9], products' aging is included only during storage, and zero lead time is assumed, which significantly simplifies the considered inventory control problem. Moreover, the popularly used EOQ models [28] have limitations in their application to complex demand patterns and nonlinearity handling compared to artificial intelligence methods, which provide the possibility of performance improvement thanks to their learning ability.

Unlike these studies, we explicitly incorporate different demand patterns and aging of products during transportation and storage, non-zero lead time, and uncertain demand. To the best of our knowledge, only a limited number of articles deal with perishable products, non-zero lead times, and uncertain demand, including demand categorization. For this reason, we propose a robust inventory system to control the perishable inventory system, which is exposed to highly different demand patterns, uncertain fluctuations, and the product's aging process.

The contribution of this study is three-fold:

- First, in contrast to existing studies, the proposed strategy distinguishes itself by permitting the incorporation of various demand patterns into the optimization process, including intermittent, lumpy, smooth, and erratic demands.
- Second, a new solution methodology for perishable inventory control under uncertain demand is proposed. Artificial neural networks and fuzzy logic are used to control the inventory systems. The ANN is used for order signal calculation, and fuzzy logic is used for the refinement of the generated orders, taking into account the forecasted uncertainty. Together with that, robust optimization is performed with the usage of the Genetic Algorithm (GA) and Wald criterion.
- Third, the proposed method holds a significant advantage in that the controller behavior is adapted to forecasted uncertainty without requiring a significant amount of computation due to the two-stage offline optimization process. This research has the potential to contribute to the development of software solutions for warehouse management, with the aim of enhancing the algorithms that control the replenishment cycles and automate these processes.

3. Problem Definition and Assumptions

The considered problem concerns controlling the flow of products in the perishable inventory system exposed to demand uncertainty. The difficulty is in calculating the order quantity for perishable products that are having varied demand characteristics. The determination of order quantity needs to be carried out with a view to two conflicting goals: high fill rates and low occupancy of inventory space. The problem also considers the determination of the timing of the orders. In this paper, we present a proposal that outlines the procedure for optimizing the inventory system in the presence of uncertain demand. The control approach has been tested using the nonlinear, discrete-time perishable inventory model proposed in [29] and carried out within the MATLAB environment. The model of the inventory is represented in the form of state equations, in which the state variable $x_i(k) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ represents: (a) the on-hand stock per age $x_{s+1}(k), x_{s+2}(k), \dots, x_l(k)$; and (b) the work-in-progress deliveries $x_1(k), x_2(k), \dots, x_s(k)$, where s denotes the deterministic lead-time. The available stock is a sum of the products stored in the inventory with different ages, i , which can be expressed as follows:

$$y(k) = \sum_{i=s}^l x_i(k) \quad (1)$$

where l is the expiration period of the product. This model assumes that the products have a fixed shelf-life. To formulate the model and the investigated problem, we relied on the following assumptions:

- The review interval remains constant and is set at one day.
- The products are sold in accordance with the FIFO principle.
- The inventory is holding a single type of product.
- The demand $d(k)$ is uncertain.
- Shortages are permitted but are not backlogged. Surplus demand is lost.
- There is one replenishment point in each period.
- The demand is a nonstationary function and is categorized using Croston's method-Syntetos and Boylan method (described in Section 5.1).
- Deterioration commences immediately upon the items' arrival in the inventory.
- The shelf life l is fixed and predetermined. After l days, items from the same batch are expired and subsequently transformed into unsellable waste. Lost items are not replaced.
- In an initial state, the inventory is devoid of any items, with the inventory conditions x_0 set to zero.

4. Control Design

This section is divided into smaller parts that describe the design of the fuzzy switching control of perishable inventory systems under demand uncertainty and for various demand patterns.

4.1. Classical Approach

The control task in terms of inventory control is defined as follows: the controller has to generate orders in the cases of quantity and timing $u(k)$ based on the current inventory state $x(k)$ and current demand signal $d_{\Delta}(k)$. The goal is to fulfill customer orders and keep inventory stock low. The classical closed-loop inventory control system is depicted in Figure 1.

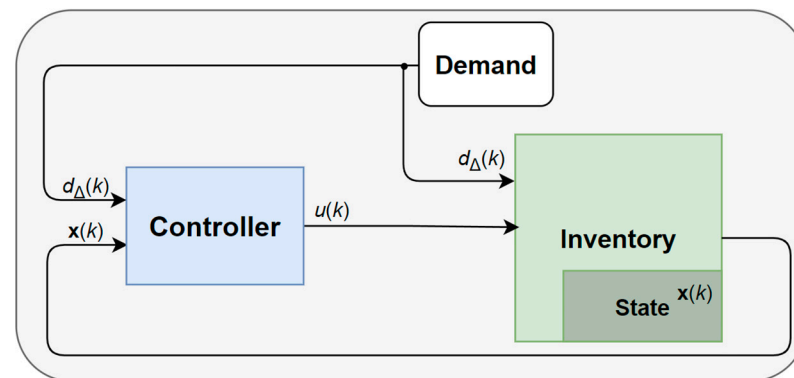


Figure 1. The diagram of the classical control approach devoted to inventory systems.

The challenges associated with controlling such a system stem from the dynamics and uncertain nature of demands, which are subjected to frequent changes. Moreover, these fluctuations in demand are amplified throughout the supply chain, making the dynamics of the system difficult to manage. In addition to this, the controller must generate control signals that are smooth and reasonable to follow in order to minimize the so-called bullwhip effect. Traditional approaches are not adequate for addressing this problem as they suffer from several disadvantages, such as their limited adaptability to uncertainty,

difficulty in handling non-linearities and incomplete information, and reduced robustness to disturbances.

4.2. Proposed Approach

Considering the limitations of the classical closed-loop control approach, we have proposed a method that can better handle uncertainty and make use of the enormous amount of data that such systems are storing. In addition, due to the fast-changing and precise nature of these systems, control systems that can learn complex relationships from data and generalize from incomplete information are more suitable. This is particularly important in scenarios where information may be partial or imprecise. The architecture of the proposed control system is depicted in Figure 2.

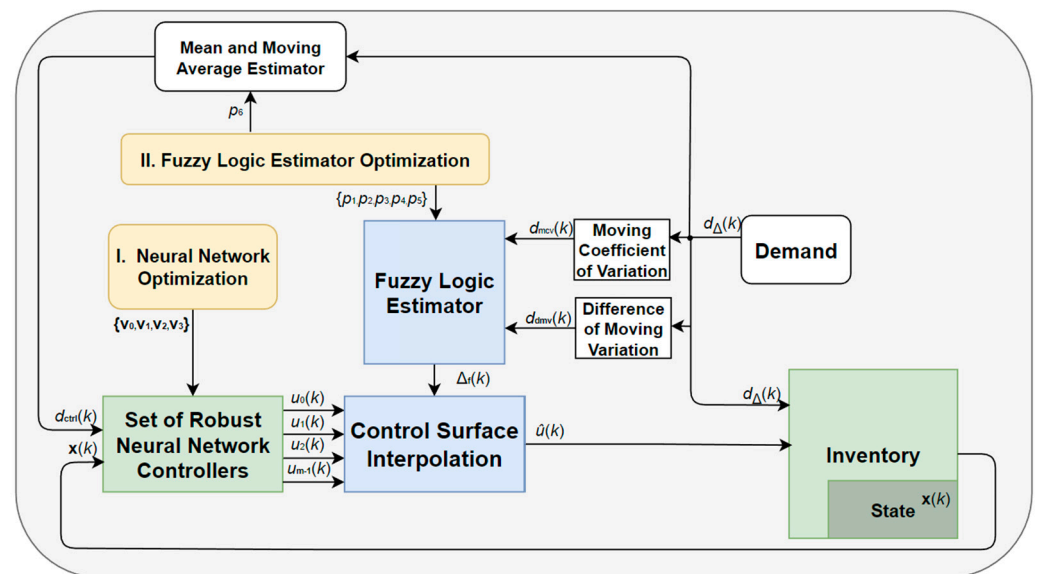


Figure 2. The diagram of the Fuzzy Robust Neural Network (FRNN) control approach with fuzzy demand uncertainty forecasting designated for the perishable inventory systems with time-varying uncertain demand.

The Fuzzy Robust Neural Network control system (FRNN) consists of two main components: the Fuzzy Logic Estimator and a set of Robust Neural Network controllers with the weights given in vectors $\{v_0, v_1, v_2, \dots, v_{m-1}\}$. The generated optimal set of weights is used in the second stage of optimization, which is intended to find the optimal values of the parameters of the Fuzzy Logic estimator $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ and demand estimator p_6 , taking into account the inventory performance criteria (described in Section 4). The core of the automated inventory control system is a Robust Neural Network controller, which is responsible for generating order signals for four distinct levels of demand uncertainty. Specifically, the orders generated by the controller for demands with no uncertainty are denoted as u_0 , while those for demands with the highest uncertainty are denoted as $m - 1$, where m is the number of considered uncertainty levels. Hence, the vector of orders can be defined as follows:

$$\mathbf{u}(k) = [u_0(k), u_1(k), \dots, u_{m-1}(k)] \tag{2}$$

In the subsequent round, a linear interpolation is carried out utilizing the provided weight vector \mathbf{v} and uncertainty forecast Δ_f , resulting in the generation of the ordering signal \hat{u} . The inventory level is initialized with an initial state, representing the initial stock, including the expiration date and customer needs \mathbf{d}_Δ . The demand signal is divided into two parts: current customer needs, represented by signal \mathbf{d}_Δ , and estimated demand, which is marked as \mathbf{d}_{ctrl} . Following the sale of goods and the arrival of new orders, the inventory achieves a new state, \mathbf{x} , that represents the current inventory level with information about the age of the products.

4.3. Moving Coefficient of Variation, Difference of Moving Coefficient of Variation, and Mean and Moving Average Estimator

To ascertain the anticipated demand for future products, operations were conducted on the present uncertain demand signal. Two signals were computed: the Moving Coefficient of Variation (MCV) and the Difference of Moving Coefficient of Variation (DMV). These two signals serve as inputs for the Fuzzy Logic Estimator. The Moving Coefficient of Variation is expressed as follows:

$$d_{mcv}(k, \mathbf{d}_\Delta, w_s) = \frac{\text{Moving standard deviation of the demand}(k, \mathbf{d}_\Delta, w_s)}{\bar{d}_\Delta} \tag{3}$$

where

$$\bar{d}_\Delta - \text{mean of the demand}(\mathbf{d}_\Delta)$$

whereas the subtraction of two Moving Coefficients of Variation, each characterized by a different window size w_s , represents the Difference of Moving Coefficients of Variation:

$$d_{dmv}(k, \mathbf{d}_\Delta, w_s) = d_{mcv}(k, \mathbf{d}_\Delta, w_s) - d_{mcv}(k, \mathbf{d}_\Delta, 2w_s) \tag{4}$$

On the other hand, the input demand for the Neural Controllers is made based on the weighted sum of the mean current demand \bar{d}_Δ and the Moving Average (MA) of current demand, as expressed in the following equation:

$$d_{ctrl}(k) = (1 - p_6)\bar{d}_\Delta + p_6(\text{MA}(\mathbf{d}_\Delta(w_s))) \tag{5}$$

4.4. Fuzzy Logic Estimator

In this section, details about the Fuzzy Logic Estimator are presented. The Fuzzy Logic Estimator system’s aim is to generate the demand uncertainty forecast Δf based on the moving coefficient of demand variation d_{mcv} and the difference of moving demand variation d_{dmv} . In Figure 3, a flow chart of the Fuzzy Inference System (FIS) is depicted.

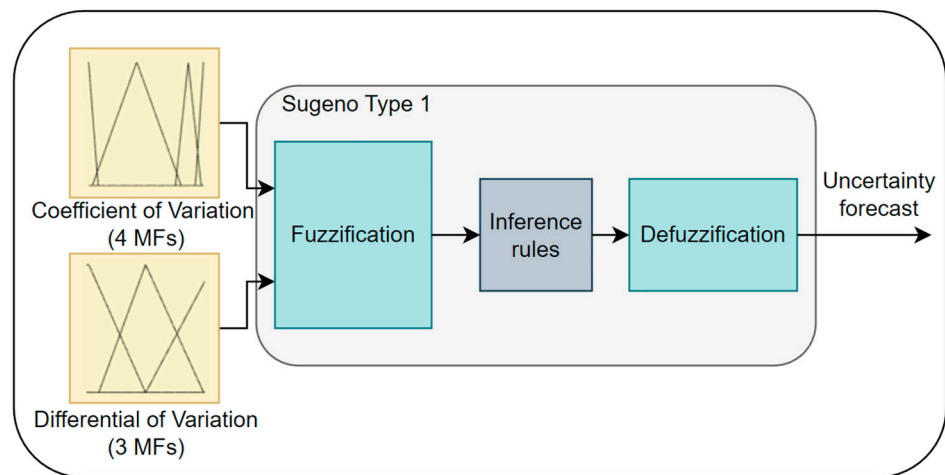


Figure 3. The flow chart of the FIS model incorporates two inputs: the coefficient of demand variation (CV) and the differential of this coefficient.

The values of the moving coefficient of variation d_{mcv} and its difference d_{dmv} are used as the inputs to the fuzzy inference system, which depends on the membership functions and the fuzzy rules presented in Table 1. The FIS observes the pattern of the coefficient of variation and its differential and correspondingly updates the uncertainty forecast so that the generated order provides optimal inventory performance (optimization details are presented in Section 4).

Table 1. Rule matrix for the fuzzy logic forecast generator.

d_{dmv}	d_{mcv}			
	Vlow	Low	Medium	High
Decreasing	NN0	NN0	RNN1	RNN2
Stable	NN0	RNN1	RNN2	RNN3
Increasing	RNN1	RNN2	RNN3	RNN3

The membership function shapes and locations of optimization variables (p_1, p_2, p_3, p_4 , and p_5) are shown in Figure 4.

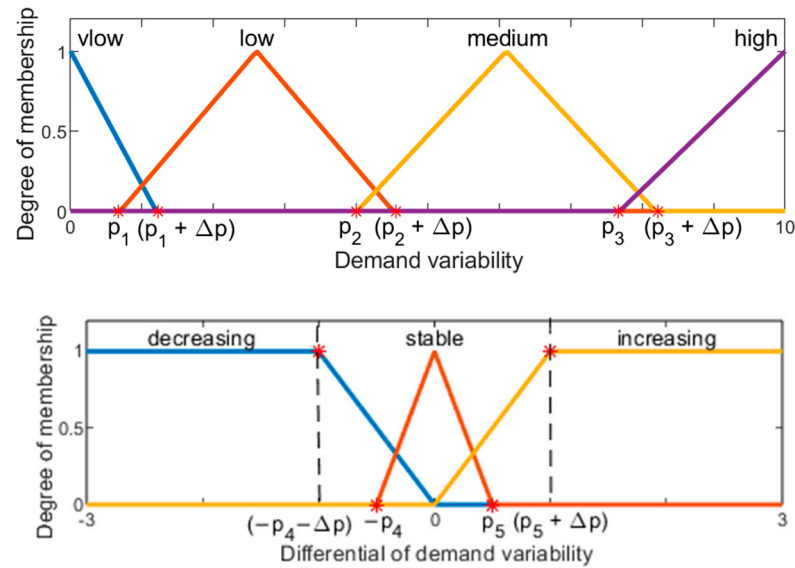


Figure 4. The optimization variables on membership functions.

The first input’s membership functions are all isosceles triangles, while the second input’s membership functions consist of an isosceles triangle and two linear functions, a z-shaped saturation function, and an s-shaped saturation function. A constant value Δp is introduced to provide the offset between each membership function, and it is empirically adjusted.

4.5. Neural Network Optimization

The two-stage optimization approach aims to efficiently manage inventory levels by addressing both the robustness of neural network control and efficient adaptability to demand uncertainties in separate stages. The first stage of optimization involves determining the optimal weights \mathbf{v} for the worst-case scenario of demand uncertainty, which is represented by the estimates $\delta \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3\}$. The values of δ are evenly distributed within the range of 0 to 0.3, with 0.3 serving as the assumed upper bound of the acceptable range, corresponding to a relative perturbation of $\pm 30\%$. The initial step of the first stage is to produce random initial conditions for the inventory state within the range (0, 2). The learning set comprises 180 various inventory states, each representing a different level of initial stock for products with varying shelf lives. The state vector $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, which serves as the input for the neural network controller, consists of the number of products on every shelf, with each shelf representing the age of the product. The neural network corresponds to the control signal $u(k) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, which is the order quantity calculated to fulfill the demand $d_{\Delta}(k) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. The goal of the optimization problem is to determine the neural network’s weights with the aim of ensuring that the inventory system can meet customer needs and minimize holding costs simultaneously. Specifically, the following criteria have been used:

$$J_h(\mathbf{v}, \Delta) = \sum_{k=s+1}^N (d_{\Delta}(k) - h(k, \mathbf{v}, \Delta)) \quad (6)$$

$$J_y(\mathbf{v}, \Delta) = \sum_{k=s+1}^N m(k, \mathbf{v}, \Delta) \quad (7)$$

where Equation (6) represents the cost of lost sales because of the shortage or spoilage of products, while Equation (7) denotes the cost of holding stock surplus over current demand. The latter can be calculated using the following formula:

$$m(k, \mathbf{v}, \Delta) = \begin{cases} y(k, \mathbf{v}, \Delta) - d_{\Delta}(k) & \text{for } y(k, \mathbf{v}, \Delta) \geq d_{\Delta}(k) \wedge \hat{y}(k, \Delta) \leq d_{\Delta}(k) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

The aforementioned relationship, Equation (8), highlights the presence of inequalities that nullify the penalty associated with the stock's initial conditions, x_0 , where $\hat{y}(k)$ represents the system's free response. The formalized criteria may be expressed as the weighted cost function:

$$J(\mathbf{v}, \Delta) = c \cdot J_h(\mathbf{v}, \Delta) + J_y(\mathbf{v}, \Delta) \quad (9)$$

The weighting factor c , which is a scaling factor that is empirically tuned to ensure an equitable balance between the aforementioned objective functions (6) and (7), is assigned a value of 3.

4.6. Fuzzy Logic Estimator Optimization

The second stage of optimization seeks to provide the ability to adapt to uncertain demand by utilizing a fuzzy logic approach. In this stage, the obtained weights of the neural network in the first optimization stage are utilized as inputs. For the purpose of the second stage of optimization, a model has been developed, which comprises an artificial neural network proposed in [30], the perishable inventory model developed in [29], and the demand uncertainty estimation system based on fuzzy logic developed in this work. Formalizing the optimization problem may be expressed as follows:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}} \quad & \max_{\Delta} J(\mathbf{p}, \Delta) \\ \text{s.t.} \quad & -\delta \leq \Delta \leq \delta \\ & p_1 \leq p_2 \\ & p_2 \leq p_3 \\ & p_4 \leq p_5 \\ & 0 \leq p_1, p_2, p_3 \leq 10 \\ & 0 \leq p_4, p_5 \leq 3 \\ & 0 \leq p_6 \leq 1 \end{aligned} \quad (10)$$

where p_1, p_2 , and p_3 are the parameters of membership function for the first input, and p_4 and p_5 are the parameters of membership function for the second input. The remaining parameter, p_6 , is a parameter that determines the proportions of the mean and moving average of the demand signal that are inputted into the RNN. The detailed steps of the second stage of the optimization process are shown in Figure 5.

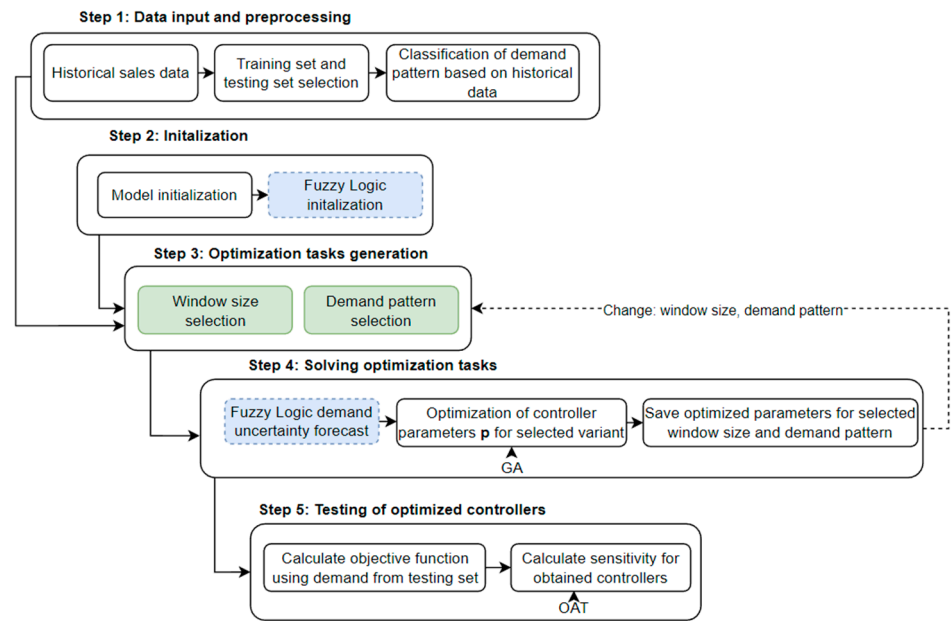


Figure 5. Fuzzy Logic estimator optimization and verification process diagram.

In the second step, the perishable inventory models, Robust Neural Network controllers, and Fuzzy Logic are initialized. Subsequently, the optimization process is executed separately for each considered demand pattern and for various window sizes of the mean, moving average, and moving standard deviation of the demand signal. The optimization of the FRNN controller was then carried out for a specific variant, which involved a chosen window size and demand pattern. In order to classify the demand patterns, the classification method called Croston's method-Synetetos and Boylan method is used, which was proposed in [31]. This method considers the calculation of two indicators: the average demand interval (ADI) and the coefficient of variation (CV). These indicator values were calculated utilizing the following formulas [32]:

$$ADI = \frac{\text{Total number of demand periods}}{\text{The number of periods with non-zero demand}} \quad (11)$$

The ADI indicator, which stands for the average demand interval, refers to the period of time that elapses between two consecutive demands. CV^2 can be expressed in the following manner:

$$CV^2 = \left(\frac{\text{Standard deviation of the demand}}{\text{Mean of the demand}} \right)^2 \quad (12)$$

This method enables us to identify various types of demand, including smooth demand, which presents a consistent quantity and timing ($ADI < 1.32$ and $CV^2 < 0.49$). Erratic demands are defined by unpredictable fluctuations in the size of demand in place of changes in the demand period ($ADI < 1.32$ and $CV^2 > 0.49$), while intermittent demands can be described by a lower level of variability in the demand quantity than the demand period ($ADI > 1.32$ and $CV^2 < 0.49$), lumpy demand ($ADI > 1.32$ and $CV^2 > 0.49$), and intensely unpredictable and sporadic fluctuations in demand, which include periods of zero demand [33].

4.7. Verification

The performance of the optimized FRNN controller was verified using the demand signals from a testing set. The demand signals were applied to the inventory system, and for each applied testing demand signal, the criterion (9) was calculated. Additionally,

sensitivity analysis was conducted using the One-at-a-Time (OAT) method to assess the impact of changes in the controller parameters on the inventory control quality.

5. Simulation Research

This section details the simulation research, the primary objective of which is to demonstrate the effectiveness of the proposed controller in enhancing the performance of perishable inventory systems in the face of uncertain demand. The focus is on evaluating the impact of the controller on stock levels, shortage rates, and wastage due to perishability across various demand patterns.

The dataset comprises time series data related to the sales of diverse items offered by Walmart stores, arranged in a hierarchical structure, with the following levels: item level, department, product category, and geographical region. The dataset consists of 3075 products that have been sorted into 3 product categories, namely hobby, food, and household, and 7 product departments, where the aforementioned categories are further disaggregated. This dataset was released with the intention of participating in the M5 Competition hosted on Kaggle [34]. The items are distributed throughout ten retail locations across the states of California, Texas, and Wisconsin. For the purposes of this research, the item category under consideration is food. In the food category, there are 1437 products whose time series have been classified into four demand patterns dependent on two indicators, denoted as Equations (11) and (12), namely the average demand interval (ADI) and the coefficient of variation (CV). The aforementioned research incorporates the following time series for each demand group: 23,042 for intermittent, 5971 for lumpy, 981 for smooth, and 496 for erratic. From these data, a training set and testing set were created in a ratio of 4:1.

The results of the simulation were assessed by evaluating criterion (9) in different simulation scenarios, which include the different window size values used for optimization and testing from the set {7, 14, 30} and different demand patterns.

5.1. Reference Controllers: SRNN and POUT

To ensure a fair comparison between the proposed FRNN's performance and existing approaches, two reference controllers were selected: the Switching Robust Neural Network (SRNN) controller described in [35] and the Proportional Order-Up-To Level (POUT) controller described in [36].

The Switching Robust Neural Network controller (SRNN) is a robust neural network (RNN) controller that utilizes adaptive weight switching based on the estimated demand uncertainty and predefined threshold parameters. Accordingly, the SRNN involves the utilization of four RNN controllers that can be toggled depending on the proportions of the MSTD and MAVG within a specified window size and category of demand signal. The switching operation can take place daily. On the other hand, the POUT controller is a successful modification of a classical OUT policy that seeks to mitigate the effects of the bullwhip effect in traditional inventory systems by smoothing out order variations. Additionally, the POUT controller is equipped with the ability to fine-tune its performance through the use of positive constants, which can be adjusted to optimize inventory management.

The comparison with the reference approaches, the Switching Robust Neural Network (SRNN) and Proportional Order-Up-To Level (POUT), was conducted. The cost function value, fill rate, sum of stock level, number of perished products, and time response analysis for the selected demand scenarios were considered for this comparison. Furthermore, a sensitivity analysis was carried out using the OAT method. For the purpose of fair comparison, two reference systems were optimized using the same criteria, and a two-stage optimization process was carried out for the SRNN, as it also contains a Robust Neural Network as part of the controller. During the second stage of optimization, switching thresholds were calculated for the SRNN t_1 - t_4 , and for POUT, two parameters were optimized: the maximal inventory level o_1 and a positive constant o_2 that determines the share of the difference between the maximal stock level and the current stock level, as well as the work-in-progress orders in the order signal generation.

5.2. Parameters

The parameters utilized in the simulation research are presented in Table 2.

Table 2. Parameter values that are used for simulation research.

Area	Parameter	Value
General	N (simulation interval)	365 days
	Replenishment period	1 day
	l (product shelf-life)	9 days
	Perishability type	fixed
	Issuing policy	FIFO
	Lead time	3 days
	m (number of uncertainty levels)	4
Neural Network	Type of moving average	Triangular
	Window size	Parametrized
	Number of neurons	3
	Type	Feedforward
FRNN	Type of fuzzy logic	Sugeno Type 1
	Type of moving average window	Triangular
	Range of input 1 (CV)	[0, 10]
	Range of input 2 (DCV)	[−3, 3]
	Type of MF for input 1	trimf
	Types of MF for input 2	linzmf, trimf, and linsmf
	Output range	[0, 3]
	Defuzzification method	wtaver
	AndMethod	prod
	OrMethod	probor
ImplicationMethod	prod	
AggregationMethod	sum	

5.3. Optimization Results

The results of the optimization process are presented utilizing the cost function values, optimal parameter values, and the performance of the inventory system demonstrated through time response charts. Additionally, the sensitivity analysis was conducted to show the robustness and performance of the control system in cases of parameter change.

5.3.1. Cost Function Values

Table 3 presents the obtained results from the optimization process for the SRNN, FRNN, and POUT controllers. The results include the cost function values according to Formula (5) obtained in the optimization and in the testing process (in brackets). The computation of the cost function value is undertaken for selected window sizes w_s , with the aim of assessing the performance of the controllers optimized with a specific window size w_{opt} in the context of different window sizes w_{test} . In the present investigation, the controllers optimized on selected w_{opt} are tested in the scenarios wherein the window size is altered to w_{test} . In Table 3, the cost function values are provided for different window sizes, w_{opt} and w_{test} , and four selected demand patterns, where w_{opt} is the window size used during the optimization process (listed in rows) and w_{test} is the window size used for testing purposes (listed in columns).

Table 3. The cost function values of the FRNN, SRNN, and POUT control systems were obtained for two different demand sets: the optimization set and the testing set (in brackets), for different window sizes.

Demand Pattern	w_{opt} \ / w_{test}	FRNN $\times 10^4$			SRNN $\times 10^4$			POUT
		7	14	30	7	14	30	-
Intermittent	7	20.81	20.14	20.79	20.84	20.31	20.86	29.92 (6.76)
		(4.79)	(4.54)	(4.76)	(4.75)	(4.56)	(4.76)	
	14	20.83	20.10	20.71	21.00	20.22	20.90	
(4.77)		(4.52)	(4.72)	(4.82)	(4.58)	(4.81)		
30	20.81	20.12	20.64	20.96	20.26	20.79		
	(4.77)	(4.52)	(4.73)	(4.79)	(4.58)	(4.77)		
Lumpy	7	30.43	28.97	29.25	30.14	29.00	29.40	32.72 (7.27)
		(6.75)	(6.36)	(6.42)	(6.72)	(6.39)	(6.45)	
	14	31.31	28.49	28.80	31.70	28.66	28.81	
(7.15)		(6.43)	(6.48)	(7.28)	(6.50)	(6.52)		
30	31.60	28.62	28.54	31.63	28.78	28.67		
	(7.25)	(6.47)	(6.44)	(7.27)	(6.51)	(6.47)		
Smooth	7	14.51	14.44	14.60	14.53	14.53	14.74	17.09 (4.19)
		(3.32)	(3.29)	(3.42)	(3.32)	(3.31)	(3.45)	
	14	14.80	14.34	14.54	14.62	14.46	14.70	
(3.47)		(3.33)	(3.48)	(3.40)	(3.33)	(3.49)		
30	14.66	14.39	14.42	14.71	14.55	14.57		
	(3.39)	(3.31)	(3.45)	(3.40)	(3.34)	(3.49)		
Erratic	7	20.75	20.21	20.87	20.78	20.50	21.13	25.57 (5.98)
		(4.23)	(4.15)	(4.40)	(4.21)	(4.19)	(4.43)	
	14	20.85	20.11	20.81	21.05	20.33	21.00	
(4.24)		(4.12)	(4.40)	(4.28)	(4.17)	(4.43)		
30	20.90	20.13	20.73	21.27	20.41	20.99		
	(4.23)	(4.10)	(4.36)	(4.34)	(4.18)	(4.44)		

Based on the cost function values obtained for the optimization set, the FRNN controller appears to be delivering the best performance in the majority of scenarios considered. Specifically, in the training phase, the FRNN controller provided the lowest cost function value for 94% of the scenarios compared to the SRNN and POUT controllers. In the testing phase, the advantage of the FRNN controller is visible in 83% of the calculated cases, which consist of three different window sizes and four different demand patterns. The SRNN controller ranked second, followed by the POUT controller. The advantage of the FRNN controller over the POUT controller is significant, ranging from 7% for lumpy demand patterns with a window size of 7 to 33% for intermittent demand with a window size of 14. The mean advantage of the FRNN controller over the POUT controller for intermittent demand is 31%; for lumpy demand, it is 10%; for smooth demand, it is 18%; and for erratic demand, it is 24%. The advantage of the FRNN over the SRNN is most pronounced in cases of lumpy demand patterns, where the maximal advantage is around 2%. The total performance improvement calculated as the mean for all demand patterns is approximately equal to 1% for the two-week window size used for optimization and testing ($w_{\text{opt}} = 14$ and $w_{\text{test}} = 14$) and 0.63% for the window sizes $w_{\text{opt}} = 14$ and $w_{\text{test}} = 7$. The lowest advan-

tage for smooth demand is observed, indicating that the FRNN and SRNN controllers are functioning similarly for smooth demand.

5.3.2. FRNN Parameters

Based on the presented membership function design in Section 4 (Figure 4), the optimized membership functions are shown in Figure 6.

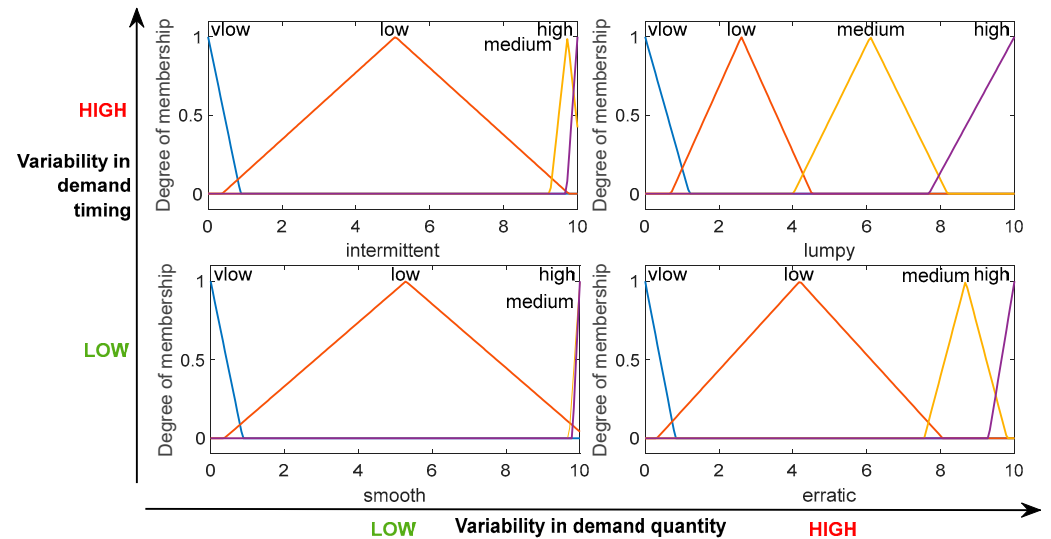


Figure 6. Optimization results of FRNN parameters of membership functions.

In cases of smooth demand, the MF ‘low’ is strongly dominant and covers almost the whole input range. Conversely, in the presence of intermittent demand, while the MF ‘low’ and MF ‘high’ shares remain very similar, like for smooth demand, the MF ‘medium’ experiences a slight increase. However, in cases of erratic demand, the MF ‘medium’ assumes a larger share than for smooth and intermittent demands. Notably, in the case of lumpy demand, the shares of all MFs become more balanced.

Going further, the relationship between the first input, the coefficient of variation, and the output, uncertainty forecast Δ_f is presented in Figure 7.

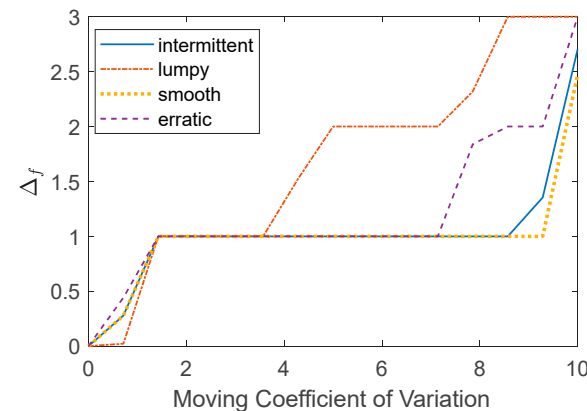


Figure 7. Control plot showing the relationship between the Moving Coefficient of Variation and the generated output from the Fuzzy Logic system, which is uncertainty estimation.

It is observed that the discrepancy in the forecast uncertainty commenced to surface when the coefficient of demand variation exceeded a value of 3.6. For a range of 5–7.1, the forecast uncertainty for lumpy demand is found to be double that of other demand patterns. Subsequently, the uncertainty forecast increased for erratic demand at a value of 7.1 on the coefficient of variation scale and for intermittent demand at 8.6. Conversely, the forecast uncertainty for smooth demand remained constant at a value of 1 within the range

of 1–9.5, indicating that this demand pattern is characterized by a consistent and stable pattern with minimal fluctuations in demand levels. In contrast, the obtained forecast uncertainty for lumpy demand changed three times within the same range of coefficient of variation, underscoring its irregularity and unpredictability.

5.4. Time Responses

For the purpose of supporting the analysis of the perishable inventory performance provided by the considered controllers, individual demand signals that represent certain categories are selected from the testing set and given in Figure 8.

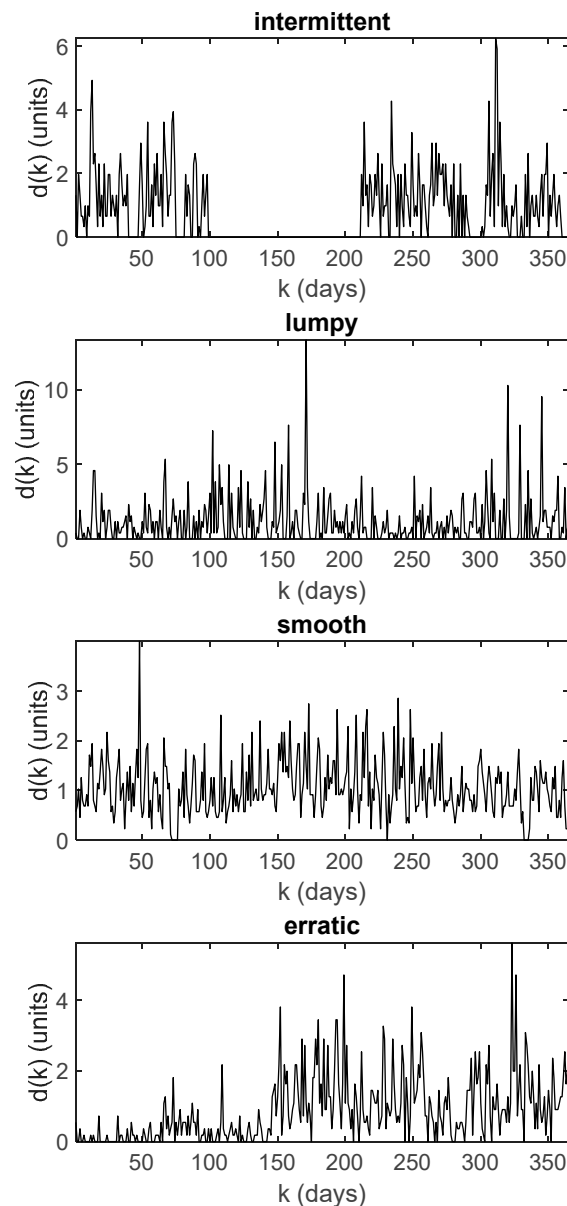


Figure 8. The demand signals that were selected for the time response analysis.

To start with, an intermittent demand pattern is applied to the perishable inventory system. In Figure 9, there is a chart that shows the daily sales of certain products in the inventory, whereas Figure 10 shows the daily stock level.

It is evident that the FRNN is able to sell more; it has about a 2% higher fill rate while keeping 20% less stock and having 56% less losses due to product perishability in comparison to POUT.

Next, the system response for lumpy demand is provided in Figures 11 and 12 with the sold product signal and stock level, respectively.

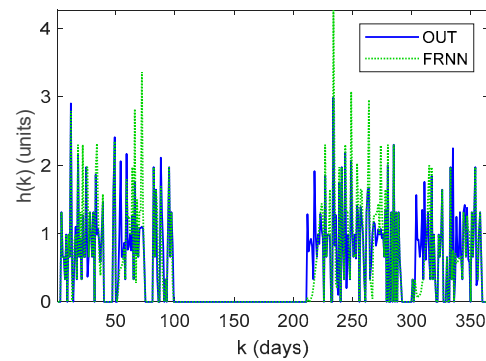


Figure 9. Sold products for the FRNN and POUT in cases of intermittent demand.

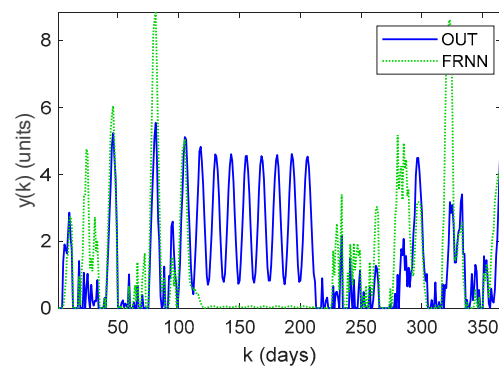


Figure 10. Stock level for the FRNN and POUT in cases of intermittent demand.

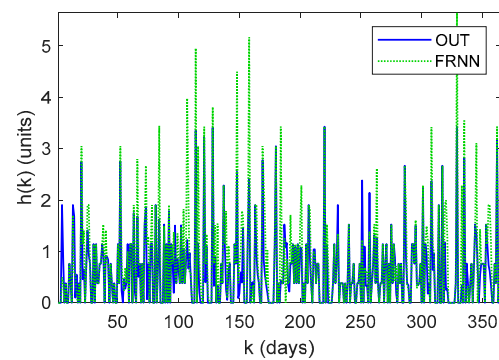


Figure 11. Sold products for the FRNN and POUT in cases of lumpy demand.

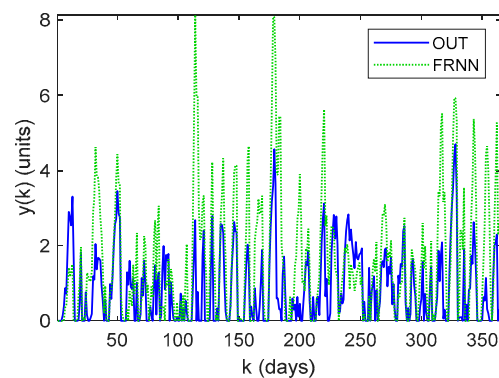


Figure 12. Stock level for the FRNN and POUT in cases of lumpy demand.

In cases of lumpy demand, the advantage of the FRNN in the case of fulfilling customers' needs is significant and equal to 14% compared to the results obtained by POUT. Although the FRNN provided this advantage by incurring higher inventory holding costs, it ultimately proved to be more profitable than providing a lower fill rate.

Moving on to the erratic demand pattern, Figures 13 and 14 present the sold products and stock levels for the POUT and FRNN controllers, respectively.

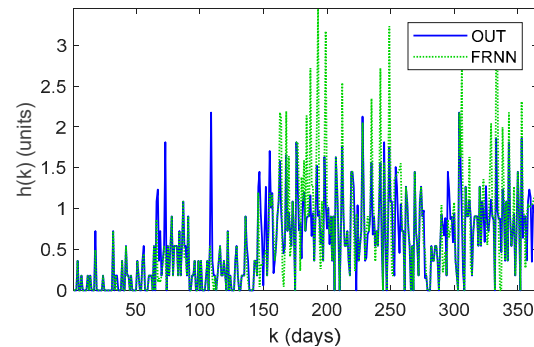


Figure 13. Sold products for the FRNN and POUT in cases of erratic demand.

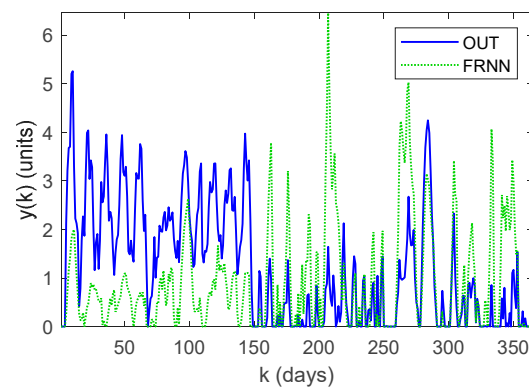


Figure 14. Stock level for the FRNN and POUT in cases of erratic demand.

It is important to note that the advantage of the FRNN in cases of product perishability is significantly visible for the erratic demand pattern because, in this case, the FRNN is able to provide about 74% less product waste while keeping about a 5% higher fill rate and 24% less stock. In turn, for a smooth demand pattern, the results are shown in Figures 15 and 16.

Despite the 20% higher stock level, the FRNN controller managed to reduce product perishability by 42% compared to the POUT method, which indicates that it is more effective in adapting to uncertainties. Additionally, the fill rate of the FRNN is 1.5% higher than for POUT. Additionally, the generated orders are shown in Figure 17.

In terms of order signal generation, POUT is characterized by the generation of the highest peak values among the considered controllers, which can cause higher stock levels and eventually higher stock perishability. Although the SRNN and FRNN generate similar orders, the ordering signal for the SRNN is less suited to the demand shape, and it can be observed that the signal for the SRNN is smoother than that for the FRNN. Delving further, based on the data for the smooth demand pattern, the SRNN allows us to reduce product perishability by 29.19% compared to POUT, whereas the FRNN is able to reduce it by up to 42.29%.

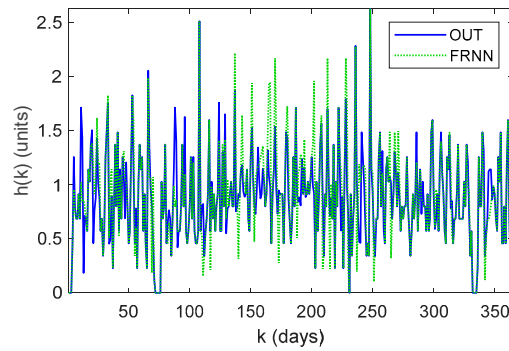


Figure 15. Sold products for the FRNN and POUT in cases of smooth demand.

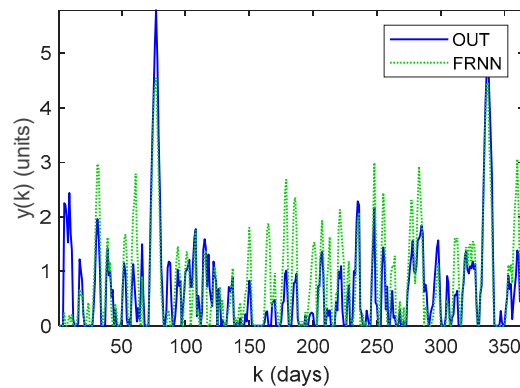


Figure 16. Stock level for the FRNN and POUT in cases of smooth demand.

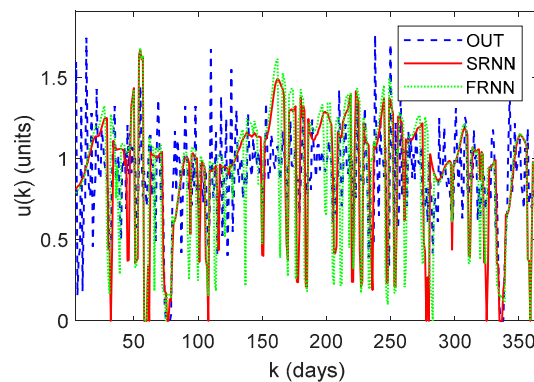


Figure 17. Orders for the FRNN, SRNN, and POUT in cases of smooth demand.

5.5. Sensitivity Analysis

In the subsequent phase of the simulation research, the sensitivity is evaluated through the One-at-the-Time (OAT) method. Supporting data for the sensitivity analysis are presented in Tables 4–6. In Table 7, the maximum absolute sum of OAT sensitivity for the considered controllers SRNN, FRNN, and POUT is presented, including separate calculations per demand pattern.

It is generally observed that the lowest sensitivity value is exhibited by POUT in all instances. Considering the window sizes, the FRNN is about 16% less sensitive to a one-week window ($w_{opt} = 7$) and about 8% to a two-week window size ($w_{opt} = 14$). For the one-month window size ($w_{opt} = 30$), the FRNN approximately displays a 6% higher sensitivity level than the SRNN.

Table 4. The maximum absolute sum of OAT sensitivity for parameter perturbation is $\pm 0.1\%$ per demand pattern and per window size for POUT.

Parameter	Intermittent	Lumpy	Smooth	Erratic
σ_1	0.0008	0.0005	0.0031	0.0012
σ_2	0.0003	0.0002	0.0006	0.0003

Table 5. The maximum absolute sum of OAT sensitivity for parameter perturbation is $\pm 0.1\%$ per demand pattern and per window size for the SRNN.

Parameter	Window Size	Intermittent	Lumpy	Smooth	Erratic
t_1	7	0.1728	0	0.0863	0.1427
	14	0	0	0.2172	0.0120
	30	0	0.0084	0.3801	0.0485
t_2	7	0.0352	0.0420	0.0775	0.0177
	14	0.1996	0.0988	0.1090	0.2626
	30	0.1941	0.1247	0.0645	0.2121
t_3	7	0.0503	0.0073	0.0124	0.0550
	14	0.0959	0.0968	0.0288	0.1002
	30	0.0862	0.1388	0.1033	0.0845
t_4	7	0.1145	0.1244	0.1084	0.1413
	14	0.3567	0.3044	0.2364	0.3633
	30	0.3480	0.5553	0.1841	0.4541

Table 6. The maximum absolute sum of OAT sensitivity for parameter perturbation is $\pm 0.1\%$ per demand pattern and per window size for the FRNN.

Parameter	Window Size	Intermittent	Lumpy	Smooth	Erratic
P1	7	0.0238	0.0419	0.0661	0.0125
	14	0.0002	0.0143	0.0001	0.0156
	30	0.0349	0.0109	0.1469	0.0088
P2	7	0.0165	0.0161	0.0233	0.0208
	14	0.1219	0.1408	0.0575	0.2015
	30	0.3527	0.2620	0.0711	0.2141
P3	7	0.0121	0.0009	0.0359	0.0016
	14	0.0173	0.0578	0.0173	0.0762
	30	0.2305	0.2517	0.0177	0.1258
P4	7	0.0222	0.0549	0	0.0219
	14	0.0173	0.0218	0.0751	0.0621
	30	0.0365	0.0470	0	0.0777
P5	7	0.0185	0.0123	0.0053	0.0087
	14	0.0355	0.0892	0.0700	0.1099
	30	0.2785	0.1289	0.0764	0.1889
P6	7	0.0967	0.1312	0.1495	0.0796
	14	0.2689	0.4399	0.0916	0.2715
	30	0.6477	0.3948	0.2485	0.3196

Table 7. The maximum absolute sum of OAT sensitivity for parameter perturbation $\pm 0.1\%$ per controller per demand pattern.

Window Size	Demand Pattern	FRNN	SRNN	POUT
7	Intermittent	0.0967	0.1728	3.0274×10^{-4}
	Lumpy	0.1312	0.1244	2.1668×10^{-4}
	Smooth	0.1495	0.1084	6.0458×10^{-4}
	Erratic	0.0796	0.1413	3.3116×10^{-4}
14	Intermittent	0.2689	0.3567	3.0274×10^{-4}
	Lumpy	0.4399	0.3044	2.1668×10^{-4}
	Smooth	0.0916	0.2364	6.0458×10^{-4}
	Erratic	0.2715	0.3633	3.3116×10^{-4}
30	Intermittent	0.6477	0.3480	3.0274×10^{-4}
	Lumpy	0.3948	0.5553	2.1668×10^{-4}
	Smooth	0.2485	0.1841	6.0458×10^{-4}
	Erratic	0.3196	0.4541	3.3116×10^{-4}

6. Conclusions

In this paper, we addressed the problem of uncertain, perishable inventory control optimization. Regarding the solution, we proposed an approach for the automatic control of uncertain, perishable inventory systems, supporting the resilience of the whole supply chain. The proposed solution combines neural networks and optimal controller tuning with the fuzzy logic system that forecasts the demand uncertainty. This approach considers different demand patterns: intermittent, lumpy, smooth and erratic. The focus was placed on enhancing the effectiveness of the inventory system by providing a demand uncertainty forecast, which is provided to refine the generated order signal due to the dynamically changing demand patterns. With respect to the automatic order generation process, it can be stated that the proposed FRNN controller outperformed the reference methods. Consequently, the FRNN is more responsive to the demand uncertainties in the inventory system than the POUT and SRNN.

The proposed approach is compared with existing approaches, including the extensively popular classical method POUT and SRNN, which possess similar core functionality—Artificial Neural Networks. The results indicate that the proposed approach significantly outperforms the classical POUT method in terms of its fill rate; the highest advantage is achieved in the scenario with lumpy demand, where the fill rate is increased by 14% for the FRNN than for POUT. Additionally, the FRNN can be utilized to reduce product perishability, as demonstrated by the 74% reduction in waste for an erratic demand pattern scenario. Furthermore, the stock level was lower for the FRNN than for POUT in the erratic demand pattern scenario, with a reduction of approximately 24%. Conversely, when comparing the FRNN to the SRNN, the advantage is visible for specific demand patterns. To be more precise, the computational results indicate that the FRNN provides more robust solutions, especially for lumpy demands, compared to the SRNN. However, for the other considered demand patterns, the difference in performance is slight, which means that the FRNN method can improve the inventory control for products that have a lumpy demand pattern. During the sensitivity analysis, it was established that despite the FRNN not attaining the lowest sensitivity, the sensitivity level can be considered low (less than one). Furthermore, despite the extended functionality of the FRNN, it is shown that the sensitivities of the SRNN and FRNN are very similar. To conclude, the proposed FRNN approach has two main advantages: (1) the controller's behavior can be easily changed based on forecasted uncertainty without the need for extensive calculations thanks to the offline optimization process and switching capability; and (2) it provides low sensitivity in cases of parameter change. It provides a new perspective to solve the perishable inventory problem. It is found that this study can contribute to the development of software solutions for warehouse management to improve the algorithms that control replenishment cycles

and automate them. The aforementioned study has limitations, as it primarily focuses on a specific category of perishable goods, limiting the generalizability of the proposed neural network and fuzzy logic controller. Additionally, the study's outcomes are contingent on the quality and availability of the data, raising concerns about potential inaccuracies in representing the dynamics of perishable inventory systems. Moreover, this research does not thoroughly explore the computational complexity associated with implementing the proposed controller, overlooking the potential challenges related to real-time applications and resource constraints.

Possible future research directions include the development of advanced forecasting techniques specifically tailored for perishable goods and the investigation of applying a dynamic pricing strategy to optimize revenue and inventory levels in cases of different characteristics of demand patterns.

Author Contributions: Conceptualization, E.C. and P.O.; methodology, P.O.; software, E.C. and P.O.; validation, E.C. and P.O.; formal analysis, E.C. and P.O.; investigation, E.C. and P.O.; data curation, E.C. and P.O.; writing—original draft preparation, E.C.; writing—review and editing, P.O. and E.C.; visualization, E.C.; supervision, P.O. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research received no external funding.

Data Availability Statement: No new data were created or analyzed in this study. Data sharing is not applicable to this article.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflicts of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses, or interpretation of data; in the writing of the manuscript; or in the decision to publish the results.

References

- Feng, Y.; Lai, K.H.; Zhu, Q. Green Supply Chain Innovation: Emergence, Adoption, and Challenges. *Int. J. Prod. Econ.* **2022**, *248*, 108497. [CrossRef]
- Enhancing Green Supply Chain Efficiency Through Linear Diophantine Fuzzy Soft-Max Aggregation Operators. Available online: https://www.acadlore.com/article/JII/2023_1_1/jii010102 (accessed on 29 January 2024).
- Sarkar, B.; Ganguly, B.; Pareek, S.; Cárdenas-Barrón, L.E. A Three-Echelon Green Supply Chain Management for Biodegradable Products with Three Transportation Modes. *Comput. Ind. Eng.* **2022**, *174*, 108727. [CrossRef]
- Axsäter, S. *Inventory Control*; Springer: Berlin, Germany, 2015; Volume 225. [CrossRef]
- Paldrak, M.; Erol, E.; İnan, A.; Firat, D.; Miran, A.E.; Çetinkaya, E.; Polat, I.N.; Staiou, E.; Kasap, B.; Aydın, P. Demand Forecasting and Inventory Control System for Industrial Valves. *Lect. Notes Mech. Eng. Towards Ind. 5.0* **2023**, 780–796. [CrossRef]
- Hooshangi-Tabrizi, P.; Hashemi Doulabi, H.; Contreras, I.; Bhuiyan, N. Two-Stage Robust Optimization for Perishable Inventory Management with Order Modification. *Expert. Syst. Appl.* **2022**, *193*, 116346. [CrossRef]
- Thorsen, A.; Yao, T. Robust Inventory Control under Demand and Lead Time Uncertainty. *Ann. Oper. Res.* **2017**, *257*, 207–236. [CrossRef]
- Pathy, S.R.; Rahimian, H. A Resilient Inventory Management of Pharmaceutical Supply Chains under Demand Disruption. *Comput. Ind. Eng.* **2023**, *180*, 109243. [CrossRef]
- Ensafian, H.; Yaghoubi, S. Robust Optimization Model for Integrated Procurement, Production and Distribution in Platelet Supply Chain. *Transp. Res. E Logist. Transp. Rev.* **2017**, *103*, 32–55. [CrossRef]
- Sel, Ç. The Use of Parametric Programming and Simulation-Optimisation Approaches for Stochastic Inventory Control in the Food Markets under Fuzzy Deterioration Rate. *Comput. Ind. Eng.* **2022**, *168*, 108141. [CrossRef]
- Ławryńczuk, M. Input Convex Neural Networks in Nonlinear Predictive Control: A Multi-Model Approach. *Neurocomputing* **2022**, *513*, 273–293. [CrossRef]
- Tatjewski, P.; Ławryńczuk, M. Soft Computing in Model-Based Predictive Control. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* **2006**, *16*, 7–26.
- Assawawongmethee, W.; Laosiritaworn, W. Application of Neural Networks in Perishable Inventories Management. *Appl. Mech. Mater.* **2015**, 752–753, 1424–1429. [CrossRef]
- Bardeji, S.F.; Saghih, A.M.F.; Pooya, A.; Mirghaderi, S.H. Perishable Inventory Management Using GA-ANN and ICA-ANN. *Int. J. Procure. Manag.* **2020**, *13*, 347–382. [CrossRef]
- De Moor, B.J.; Gijsbrechts, J.; Boute, R.N. Reward Shaping to Improve the Performance of Deep Reinforcement Learning in Perishable Inventory Management. *Eur. J. Oper. Res.* **2022**, *301*, 535–545. [CrossRef]
- Chołodowicz, E.; Orłowski, P. Control of Perishable Inventory System with Uncertain Perishability Process Using Neural Networks and Robust Multicriteria Optimization. *Bull. Pol. Acad. Sci. Tech. Sci.* **2022**, *70*, 141182. [CrossRef]

17. Cholodowicz, E.; Orłowski, P. Impact of Control System Structure and Performance of Inventory Goods Flow System with Long-Variable Delay. *Elektron. Elektrotechnika* **2018**, *24*, 11–16. [[CrossRef](#)]
18. Kastius, A.; Schlosser, R. Dynamic Pricing under Competition Using Reinforcement Learning. *J. Revenue Pricing Manag.* **2022**, *21*, 50–63. [[CrossRef](#)]
19. Li, J.; Yang, A.; Dai, W.; Pan, H. On Multiplex Combination Forecasting Model Based on GA and ANN. In Proceedings of the 26th Chinese Control Conference, CCC 2007, Zhangjiajie, China, 26–31 July 2007; pp. 251–255. [[CrossRef](#)]
20. Sarkar, A.; Guchhait, R.; Sarkar, B. Application of the Artificial Neural Network with Multithreading Within an Inventory Model Under Uncertainty and Inflation. *Int. J. Fuzzy Syst.* **2022**, *24*, 2318–2332. [[CrossRef](#)]
21. Huber, J.; Stuckenschmidt, H. Intraday Shelf Replenishment Decision Support for Perishable Goods. *Int. J. Prod. Econ.* **2021**, *231*, 107828. [[CrossRef](#)]
22. Shao, X.; Chang, D.; Li, M. Optimization of Lateral Transfer Inventory of Auto Spare Parts Based on Neural Network Forecasting. *J. Intell. Syst. Control.* **2022**, *1*, 2–17. [[CrossRef](#)]
23. Ahmadi, E.; Mosadegh, H.; Maihami, R.; Ghalehkhondabi, I.; Sun, M.; Süer, G.A. Intelligent Inventory Management Approaches for Perishable Pharmaceutical Products in a Healthcare Supply Chain. *Comput. Oper. Res.* **2022**, *147*, 105968. [[CrossRef](#)]
24. Gokhale, A.; Trasikar, C.; Shah, A.; Hegde, A.; Naik, S.R. A Reinforcement Learning Approach to Inventory Management. *Adv. Intell. Syst. Comput.* **2021**, *1133*, 281–297. [[CrossRef](#)]
25. Mohamadi, N.; Niaki, S.T.A.; Taher, M.; Shavandi, A. An Application of Deep Reinforcement Learning and Vendor-Managed Inventory in Perishable Supply Chain Management. *Eng. Appl. Artif. Intell.* **2024**, *127*, 107403. [[CrossRef](#)]
26. Mo, D.Y.; Tsang, Y.P.; Wang, Y.; Xu, W. Online Reinforcement Learning-Based Inventory Control for Intelligent E-Fulfilment Dealing with Nonstationary Demand. *Enterp. Inf. Syst.* **2023**, 2284427. [[CrossRef](#)]
27. Boute, R.N.; Gijbrecchts, J.; van Jaarsveld, W.; Vanvuchelen, N. Deep Reinforcement Learning for Inventory Control: A Roadmap. *Eur. J. Oper. Res.* **2022**, *298*, 401–412. [[CrossRef](#)]
28. Patriarca, R.; Di Gravio, G.; Costantino, F.; Tronci, M. EOQ Inventory Model for Perishable Products under Uncertainty. *Prod. Eng.* **2020**, *14*, 601–612. [[CrossRef](#)]
29. Chołodowicz, E.; Orłowski, P. Development of New Hybrid Discrete-Time Perishable Inventory Model Based on Weibull Distribution with Time-Varying Demand Using System Dynamics Approach. *Comput. Ind. Eng.* **2021**, *154*, 107151. [[CrossRef](#)]
30. Cholodowicz, E.; Orłowski, P. Robust Control of Perishable Inventory with Uncertain Lead Time Using Neural Networks and Genetic Algorithm. In *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*; 13350 LNCS; Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 2022; pp. 46–59. [[CrossRef](#)]
31. Syntetos, A.A.; Boylan, J.E.; Croston, J.D. On the Categorization of Demand Patterns. *J. Oper. Res. Soc.* **2005**, *56*, 495–503. [[CrossRef](#)]
32. Rožanec, J.M.; Fortuna, B.; Mladenčić, D. Reframing Demand Forecasting: A Two-Fold Approach for Lumpy and Intermittent Demand. *Sustainability* **2022**, *14*, 9295. [[CrossRef](#)]
33. Ghobbar, A.A.; Friend, C.H. Sources of Intermittent Demand for Aircraft Spare Parts within Airline Operations. *J. Air Transp. Manag.* **2002**, *8*, 221–231. [[CrossRef](#)]
34. Makridakis, S.; Spiliotis, E.; Assimakopoulos, V. M5 Accuracy Competition: Results, Findings, and Conclusions. *Int. J. Forecast.* **2022**, *38*, 1346–1364. [[CrossRef](#)]
35. Cholodowicz, E.; Orłowski, P. Switching Robust Neural Network Control of Perishable Inventory with Fixed Shelf Life Products under Time-Varying Uncertain Demand. *J. Comput. Sci.* **2023**, *70*, 102035. [[CrossRef](#)]
36. Ignaciuk, P.; Bartoszewicz, A. Dead-Time Compensation in Continuous-Review Perishable Inventory Systems with a Remote Supply Source. *Arch. Control Sci.* **2011**, *21*, 61–84. [[CrossRef](#)]

Disclaimer/Publisher's Note: The statements, opinions and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of MDPI and/or the editor(s). MDPI and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions or products referred to in the content.